

Αλγόριθμοι Επίλυσης του κύβου 3X3X3

Σκοπός

Ο κύβος 3x3x3 του Ρούμπικ, γνωστός και ως V-Cube ή Magic cube δεν είναι τυχαία στο λογότυπο του Συλλόγου Εκπαιδευτικών Χίου. Το πρόβλημα της επίλυσης του κύβου είναι πλήρως καθορισμένο, δομημένο και επιλύσιμο, καθώς είναι γνωστοί αρκετοί σχετικοί αλγόριθμοι. Η σχεδίαση και υλοποίηση σε μία γλώσσα προγραμματισμού ενός προγράμματος που θα λύνει τον κύβο είναι μια σχετικά εύκολη διαδικασία. Πώς όμως μπορείς να διδάξεις εύκολα έναν άνθρωπο, με περιορισμένη δυνατότητα απομνημόνευσης αλλά αυξημένη δυνατότητα αναγνώρισης προτύπων, κατανόηση του τρισδιάστατου χώρου και διαίσθηση, να επιλύει το κύβο χωρίς φυσική επαφή αλλά με ένα φυλλάδιο οδηγιών;

Παρουσιάζονται τρεις αλγόριθμοι, τόσο με σαφώς καθορισμένα βήματα όσο και με τη χρήση γενικών κατευθύνσεων, οι οποίοι έχουν αρκετά κοινά σημεία. Σε κάθε βήμα παρουσιάζονται μέθοδοι οι οποίοι έχουν το ίδιο τελικό αποτέλεσμα αλλά απαιτούν αριθμό κινήσεων και χρόνο αντιστρόφως ανάλογο των αλγορίθμων που πρέπει να εφαρμοστούν άρα και να απομνημονευτούν.

Το άρθρο απευθύνεται σε όσους επιθυμούν να μάθουν είτε απλούς είτε προχωρημένους τρόπους επίλυσης του κύβου με σκοπό είτε απλά την επίλυση είτε την επίλυση σε ελάχιστο χρόνο (speedcubing). Τέλος ακόμα κι όσοι πιστεύουν ότι η απλή απομνημόνευση αλγορίθμων αφαιρεί τη χαρά της ανακάλυψης της λύσης μπορούν να ωφεληθούν από τη καλύτερη γνώση της λειτουργίας του κύβου και να καταλήξουν στη δική τους λύση.

Εισαγωγή

Ο **Κύβος του Ρούμπικ**[1] είναι ένα τρισδιάστατο μηχανικό πάζλ. Επινόηθηκε το 1974 από τον Ούγγρο γλύπτη και καθηγητή αρχιτεκτονικής Έρνο Ρούμπικ. Περισσότερα από 350 εκατομμύρια κύβοι έχουν πουληθεί παγκοσμίως κάνοντας τον το καλύτερο παιχνίδι πάζλ σε πωλήσεις παγκοσμίως. Ευρέως θεωρείται το καλύτερο σε πωλήσεις παιχνίδι στον κόσμο.

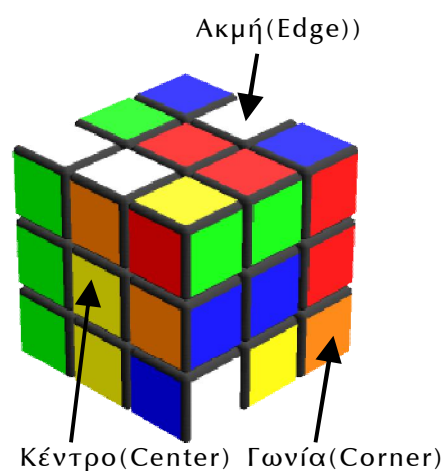
Στην Ελλάδα κατασκευάζεται ο **V-CUBE** [2], μια ελληνική πατέντα κατοχυρωμένη από τον Έλληνα Μηχανικό Παναγιώτη Βέρντη. Πρόκειται για κύβους που παρέχουν ασφαλή και ομαλή περιστροφή με αναγνωρισμένη παγκόσμια την υψηλή ποιότητα κατασκευής τους. Θεωρητικά έχουν τη δυνατότητα για απεριόριστο αριθμό στρωμάτων αν και πρακτικά φτάνουν μέχρι τα 11. Στην αγορά ως τώρα είναι διαθέσιμοι κύβοι από 2x2x2 μέχρι 8x8x8,



Σε έναν κλασσικό κύβο 3x3x3 κάθε μία από τις έξι έδρες καλύπτεται από εννιά αυτοκόλλητα με έξι χρώματα. Παραδοσιακά τα χρώματα είναι λευκό, κόκκινο, κίτρινο, πράσινο, μπλε και πορτοκαλί. Ένας μηχανισμός περιστροφής επιτρέπει σε κάθε έδρα να περιστρέφεται ανεξάρτητα από τις άλλες, με αποτέλεσμα να συγχέονται τα χρώματα. Για να λυθεί το πάζλ, πρέπει κάθε έδρα του κύβου να αποτελείται αποκλειστικά από αυτοκόλλητα του ίδιου χρώματος.



Ο κύβος αποτελείται από 26 κομμάτια από τα οποία τα 8 είναι γωνίες, τα 12 ακμές και τα υπόλοιπα 6 κέντρα. Παρατηρούμε ότι τα κομμάτια καθώς περιστρέφουμε τις έδρες αλλάζουν θέσεις αλλά όχι είδος, δηλαδή μία γωνία είναι πάντα γωνία. Επιπλέον τα κέντρα δεν αλλάζουν καν θέση μεταξύ τους και ορίζουν το χρώμα που πρέπει να έχει ολόκληρη η έδρα. Το κόκκινο κέντρο είναι απέναντι από το πορτοκαλί, το άσπρο απέναντι από το κίτρινο κ.ο.κ. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ότι η κόκκινη πλευρά είναι πάνω, η κίτρινη μπροστά και η μπλε δεξιά



Ο κύβος μπορεί να βρεθεί σε περισσότερες από 4.3×10^{19} καταστάσεις οπότε όπως καταλαβαίνουμε είναι μάλλον απίθανο να επιλυθεί κάνοντας τυχαίες κινήσεις. Είναι απαραίτητο να ακολουθήσουμε μια σαφώς καθορισμένη και πεπερασμένη σε αριθμό ακολουθία κινήσεων που θα μας οδηγήσει στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Πρέπει λοιπόν να εφαρμόσουμε έναν αλγόριθμο. Από την εμφάνιση του κύβου μέχρι σήμερα έχουν βρεθεί πάρα πολλοί αλγόριθμοι επίλυσης οι οποίοι είναι από εύκολοι έως πάρα πολύ δύσκολοι στην απομνημόνευσή τους και διαφοροποιούν σημαντικά τον αναγκαίο χρόνο επίλυσης και τον αριθμό των απαιτούμενων κινήσεων.

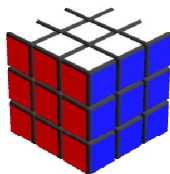
Ο αριθμός των απαιτούμενων κινήσεων (όλες οι κινήσεις αναφέρονται παρακάτω) κυμαίνεται από 40 έως 120. Πρόσφατα με την χρήση και της υπολογιστικής δύναμης της Google αποδείχτηκε ότι 20 κινήσεις είναι αρκετές για οποιαδήποτε περίπτωση. Η εύρεση όμως από έναν κοινό θνητό των συγκεκριμένων 20 κινήσεων είναι τόσο δύσκολη ώστε το 20 χαρακτηρίζεται ως ο αριθμός των κινήσεων που χρειάζεται ο Θεός για να επιλύσει το κύβο[3](God's number is 20).

Ο απαιτούμενος χρόνος εξαρτάται από τον αριθμό των κινήσεων, την δεξιότητα των χεριών των παιχτών (finger tricks)[5] και την ποιότητα κατασκευής του κύβου. Το παγκόσμιο ρεκόρ λύσης του κύβου από άνθρωπο είναι κάτω από 6 δευτερόλεπτα ενώ ρομπότ της Lego πρόσφατα χρειάστηκε λιγότερο από 4 δευτερόλεπτα.

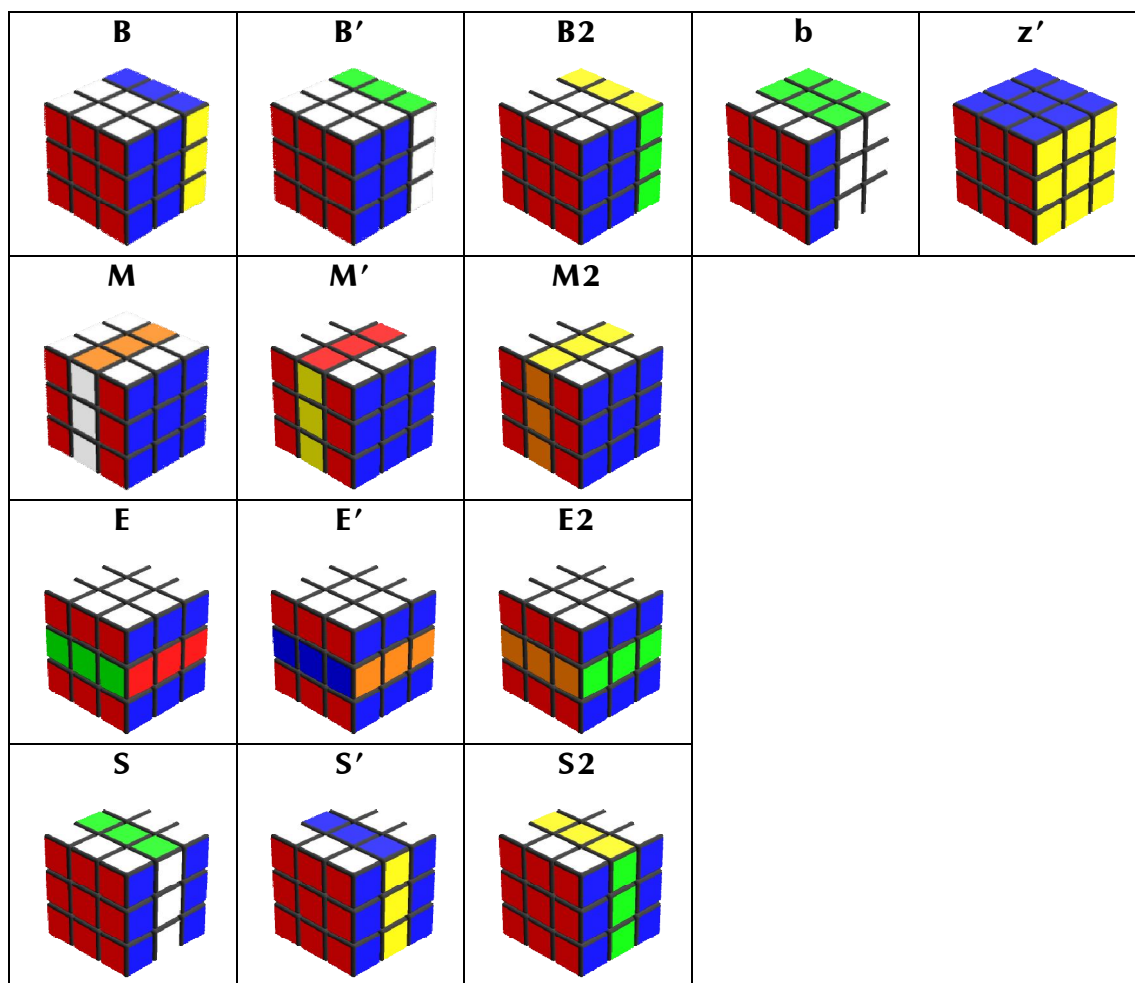
Επεξήγηση Βασικών κινήσεων

(R)IGHT (L)EFT (U)P (D)OWN (F)RONT (B)ACK
(M)IDDLE (E)QUATOR (S) TANDING

Αρχική κατάσταση



R 	R' 	R2 	r 	x
L 	L' 	L2 	l 	x'
U 	U' 	U2 	u 	y
D 	D' 	D2 	d 	y'
F 	F' 	F2 	f 	z



Οι κινήσεις γίνονται σύμφωνα με την κατεύθυνση των δεικτών του ρολογιού θεωρώντας ότι βλέπουμε μπροστά μας τη πλευρά που κινούμε.

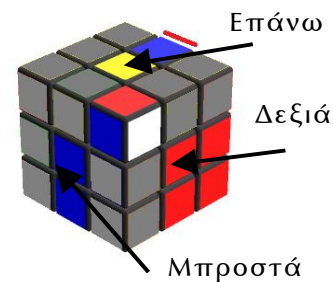
Αν η κίνηση ακολουθείται από τον τόνο (') τότε γίνονται με φορά αντίστροφη των δεικτών του ρολογιού. Μερικές φορές οι αντίστροφες κινήσεις συμβολίζονται με το i (inverted). πχ. R_i αντί R' . Επίσης οι ταυτόχρονες κινήσεις δύο διαδοχικών πλευρών πχ. r μερικές φορές συμβολίζονται με το w (wide). πχ. Rw αντί r .

Εννοείται ότι οποιαδήποτε κίνηση ακολουθούμενη από την αντίστροφή της, πχ RR' , δεν επιφέρει καμία αλλαγή στον κύβο. Για να βρούμε την αντίστροφη ακολουθία μιας ακολουθίας κινήσεων εκτελούμε την αντίστροφη κίνηση κάθε κίνησης από την τελευταία κίνηση προς την πρώτη.

Αν πχ έχουμε την αρχική ακολουθία **$RU'RURURU'R'UR2$** η αντίστροφη της θα είναι **$R2U'RUR'U'R'U'R'UR'$** . Με την ευκαιρία παρατηρούμε ότι η αντίστροφη κίνηση της **$R2$** είναι η ίδια η **$R2$** καθώς **$R2=R'2$** .

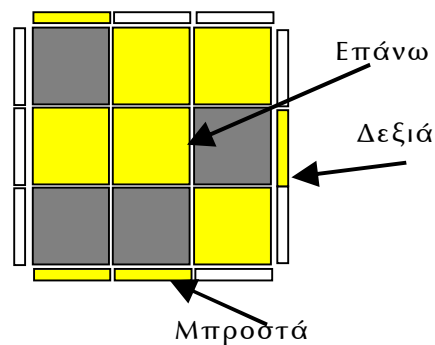
Οι αλγόριθμοι δίνονται ως μια ακολουθία από τις κινήσεις που δώσαμε παραπάνω.

Σε όλες τις 3Δ παρουσιάσεις του κύβου εμφανίζονται οι μπροστά, πάνω και δεξιά πλευρές του. Αν κάποια κομμάτια του κύβου εμφανίζονται γκρι αυτό σηματοδοτεί ότι είναι πιθανό να έχουν οποιοδήποτε χρώμα ή ότι δεν μας απασχολεί τη συγκεκριμένη στιγμή τι χρώμα έχουν και θα πρέπει να εστιάσουμε τη προσοχή μας στα υπόλοιπα κομμάτια που έχουν χρώμα. Μικρές γραμμές χρώματος έξω από τον κύβο δείχνουν το χρώμα που θα πρέπει να έχουν κομμάτια στη μη ορατή πίσω ή αριστερή πλευρά του κύβου.



Σε όλες τις 2Δ παρουσιάσεις εμφανίζεται ο κύβος όπως πρέπει να φαίνεται από πάνω με προσανατολισμό όπως φαίνεται δίπλα.

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσουμε για να εφαρμόσουμε μερικούς από τους αλγόριθμους επίλυσης του κύβου. Συγκεκριμένα παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι που επιλύουν τον κύβο σε επίπεδα



Για κάθε βήμα σημειώνεται το επίπεδο δυσκολίας Δ (Δ1 εύκολο, Δ3 πολύ δύσκολο) και ο αριθμός των αλγορίθμων που πρέπει να απομνημονευτούν (πχ Α3 σημαίνει ότι πρέπει να απομνημονευτούν 3 αλγόριθμοι)

Αλγόριθμοι επίλυσης κύβου

ΒΗΜΑ 1-Δημιουργία σταυρού 1^{ου} επιπέδου

ΒΗΜΑ 2 Ολοκλήρωση 2 πρώτων επιπέδων (F2L – First 2 Layers)

Α ΤΡΟΠΟΣ-ΕΥΚΟΛΟΣ

A1 Τοποθέτηση γωνιών 1ου επιπέδου Δ1Α3

A2 Τοποθέτηση ακμών 1ου επιπέδου Δ1Α2

Β ΤΡΟΠΟΣ - ΜΕΤΡΙΟΣ

Ταυτόχρονη τοποθέτηση γωνιών και ακμών intuitive F2L A2

ΒΗΜΑ 3 – Ολοκλήρωση 3^{ου} επιπέδου

Α ΜΕΘΟΔΟΣ – Πρώτα προσανατολισμός 3^{ου} επιπέδου

(OLL -Orient Last Layer)

ΒΗΜΑ 1ο Προσανατολισμός 3^{ου} επιπέδου

A.1 Ολοκλήρωση σταυρού 3ου επιπέδου Δ1Α2

A2 Ολοκλήρωση προσανατολισμού

Α' ΤΡΟΠΟΣ ΕΥΚΟΛΟΣ Δ1Α1

B ΤΡΟΠΟΣ ΜΕΤΡΙΟΣ Δ2Α7

(2 LOOK OLL - 2 LOOK ORIENT LAST LAYER)

Γ' ΤΡΟΠΟΣ ΔΥΣΚΟΛΟΣ Δ3Α57

Άμεσος Προσανατολισμός 3ου επιπέδου

(1-LOOK OLL - ONE LOOK ORIENT LAST LAYER)

ΒΗΜΑ 2ο Μεταθέσεις 3^{ου} επιπέδου

(PLL-PERMUTE LAST LAYER)

A ΤΡΟΠΟΣ – ΕΥΚΟΛΟΣ

A.1 Μεταθέσεις γωνιών Δ1Α1

A.2 Μεταθέσεις ακμών Δ1Α1

B ΤΡΟΠΟΣ – ΔΥΣΚΟΛΟΣ Δ3Α14

Ταυτόχρονα Μεταθέσεις Ακμών Και Γωνιών 3^{ου} επιπέδου

(1-LOOK PLL - ONE LOOK PERMUTE LAST LAYER)

B ΜΕΘΟΔΟΣ – Πρώτα τοποθέτηση ακμών 3^{ου} επιπέδου

ΒΗΜΑ 1ο – Τοποθέτηση ακμών Δ1Α1

ΒΗΜΑ 2ο – Τοποθέτηση γωνιών Δ1Α4

ΒΗΜΑ 3ο – Προσανατολισμός γωνιών Δ1Α1

Γ ΜΕΘΟΔΟΣ – Πρώτα τοποθέτηση γωνιών 3^{ου} επιπέδου

Βήμα 1^ο- Τοποθέτηση γωνιών στη σωστή θέση

1η Μέθοδος - 1 γωνία σε σωστή θέση Δ1Α4

2η Μέθοδος - 2 γωνίες σε σωστή θέση Δ1Α2

Βήμα 2^ο – Προσανατολισμός γωνιών Δ1Α1

Βήμα 3^ο – Τοποθέτηση ακμών στη σωστή θέση Δ1Α4

Βήμα 4^ο – Προσανατολισμός ακμών Δ1Α2

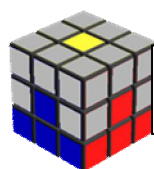
Στο διάγραμμα που ακολουθεί γίνεται προσπάθεια να εμφανιστούν οι διαδρομές που θα πρέπει να ακολουθήσουμε για να εφαρμόσουμε τις μεθόδους που αναφέρονται παραπάνω για την επίλυση του κύβου. Καλό θα ήταν οι αρχάριοι να ξεκινήσουν ακολουθώντας τις ευκολότερες διαδρομές κι έπειτα να προχωρήσουν στις δυσκολότερες και ταχύτερες.



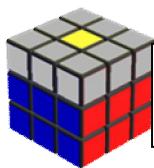
Αλγόριθμοι επίλυσης κύβου

Δημιουργία σταυρού 1^{ου} επιπέδου

Ολοκλήρωση 2 πρώτων επιπέδων (F2L First 2 Layers)



Τοποθέτηση γωνιών
1ου επιπέδου Δ1Α3



Τοποθέτηση ακμών
1ου επιπέδου Δ1Α2



Ταυτόχρονη
τοποθέτηση
γωνιών και ακμών
Δ3Α42 ή
Δ2intuitive F2L

Προσανατολισμός 3^{ου} επιπέδου (OLL -Orient Last Layer)



Δύσκολος για
επαγγελματίες
speedcubers
(1LOOK OLL)
Δ3Α57

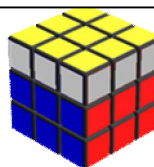


Ολοκλήρωση
σταυρού 3^{ου}
επιπέδου Δ1Α2

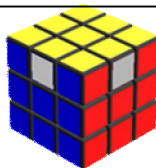
Προσανατολισμός
γωνιών Εύκολος
Δ1Α1



Προσανατολισμός
γωνιών Μέτριος (2
LOOK OLL) Δ2Α7



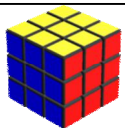
Μεταθέσεις 3^{ου} επιπέδου PLL



2 LOOK
PLL
Πρώτα
μετάθεση
γωνιών
μετά
ακμών
Δ1Α3



1 LOOK PLL
Ταυτόχρονα
μετάθεση
γωνιών και
ακμών Δ3Α14



Πρώτα ακμές

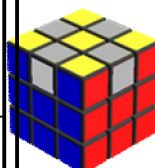


Μετάθεση
ακμών
Δ1Α1

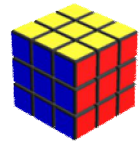


Μετάθεση
γωνιών
Δ1Α3

Πρώτα γωνίες



Μετάθεση
γωνιών
Δ1Α3

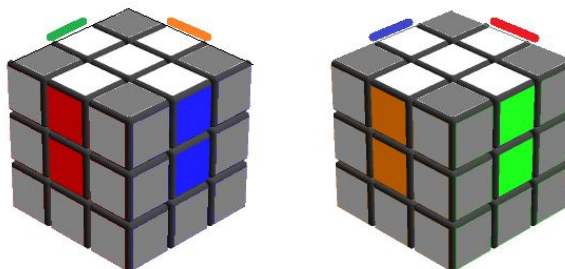


Μετάθεση
ακμών
Δ2Α4

Αλγόριθμοι επίλυσης κύβου κατά επίπεδα

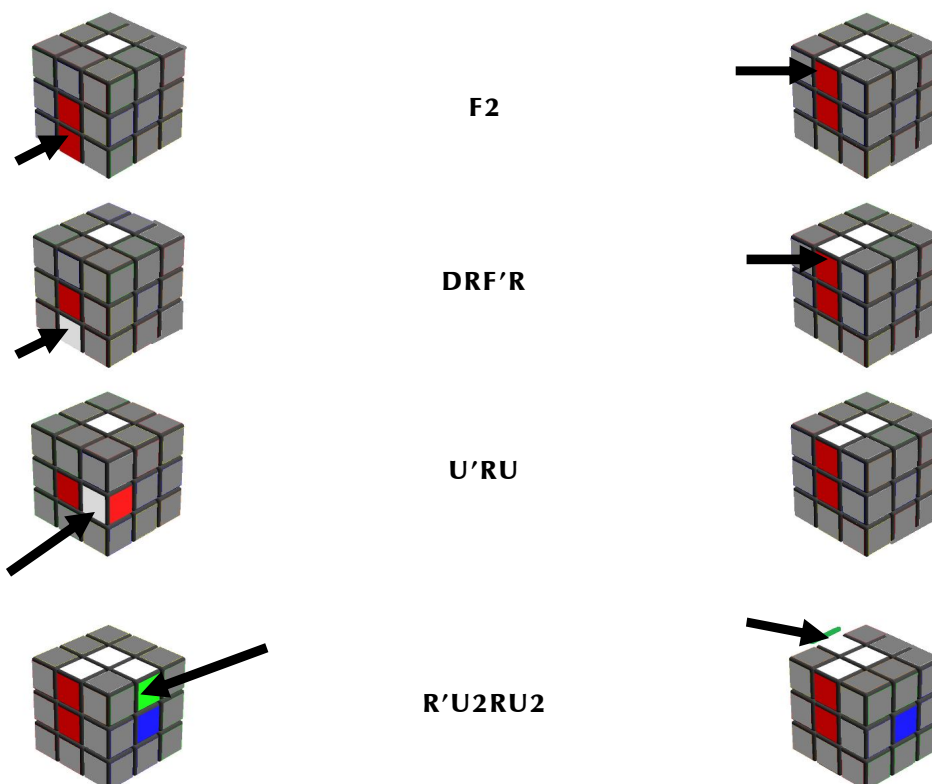
ΒΗΜΑ 1-Δημιουργία σταυρού 1^{ου} επιπέδου

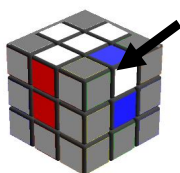
Το πρώτο βήμα, κοινό σε πάρα πολλούς αλγόριθμους επίλυσης, απαιτεί την δημιουργία ενός σταυρού ίδιου χρώματος όπου κάθε ακμή του πάνω επιπέδου θα έχει το ίδιο χρώμα με το αντίστοιχο κεντρικό τετράγωνο των πλαϊνών πλευρών όπως φαίνεται στα σχήματα δίπλα.



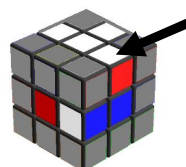
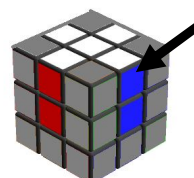
Γενικά η διαδικασία είναι πολύ εύκολη επειδή βρίσκουμε ακόμα στην αρχή της επίλυσης και λίγα κομμάτια βρίσκονται στη θέση τους. Χρειάζονται το πολύ 7-8 κινήσεις για την ολοκλήρωση του σταυρού ενώ μπορείτε να ξεκινήσετε από οποιοδήποτε χρώμα. Οι έμπειροι παίκτες επιλέγουν, κατά τη διάρκεια του ελέγχου του κύβου πριν την έναρξη της επίλυσης, το χρώμα που απαιτεί τις λιγότερες κινήσεις. Αν είστε αρχάριος ή μέσος παίκτης είναι καλύτερα να επιλέγετε πάντα το ίδιο χρώμα (εδώ το άσπρο) γιατί αυτό κάνει πολύ ευκολότερη την αναγνώριση προτύπων και την εφαρμογή αλγορίθμων κατά τα επόμενα βήματα της επίλυσης.

Παρακάτω δίνονται μερικές περιπτώσεις και οι αναγκαίες κινήσεις. Ίσως θεωρήσουμε ότι κάποιες κινήσεις δεν είναι αναγκαίες αλλά αυτό δεν ισχύει γιατί εξασφαλίζουν ότι τυχόν άλλες ακμές που ήταν ήδη στη θέση τους θα παραμείνουν εκεί.

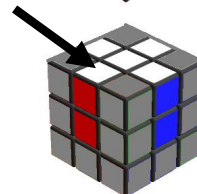




$R'UF'U'$



$R'U'RUR$



ΤΙΡ: Όταν εξοικειωθείτε με το κύβο είναι καλύτερα να φτιάχνετε το σταυρό στο κάτω επίπεδο, ώστε να είναι έτοιμος για τα επόμενα στάδια της επίλυσης χωρίς να χρειάζεται περιστροφή.

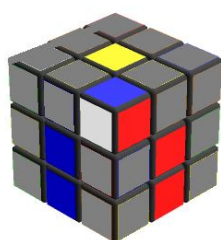
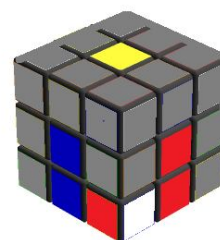
ΒΗΜΑ 2 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ 2 ΠΡΩΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ

(F2L – FIRST 2 LAYERS)

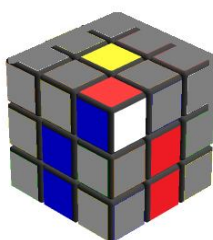
Α ΤΡΟΠΟΣ-ΕΥΚΟΛΟΣ

A1 Τοποθέτηση γωνιών 1ου επιπέδου

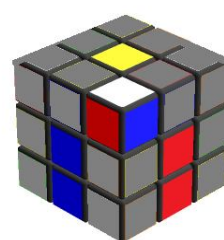
Έχοντας το σταυρό που φτιάξαμε στο προηγούμενο βήμα στο κατώτατο επίπεδο, φέρνουμε μία γωνία πάνω από τη θέση στην οποία πρέπει να μπει. Θα βρεθούμε σε μια από τις τρεις παρακάτω περιπτώσεις. Σε περίπτωση που η γωνία που αναζητάμε βρίσκεται στο κάτω επίπεδο, όπως φαίνεται δίπλα, τη μεταφέρουμε στο πάνω επίπεδο με $RU'R'$ ή $F'U'F$



$URU'R'$



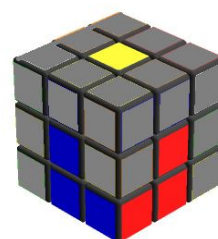
$U'F'UF$



$RU2R'U'$

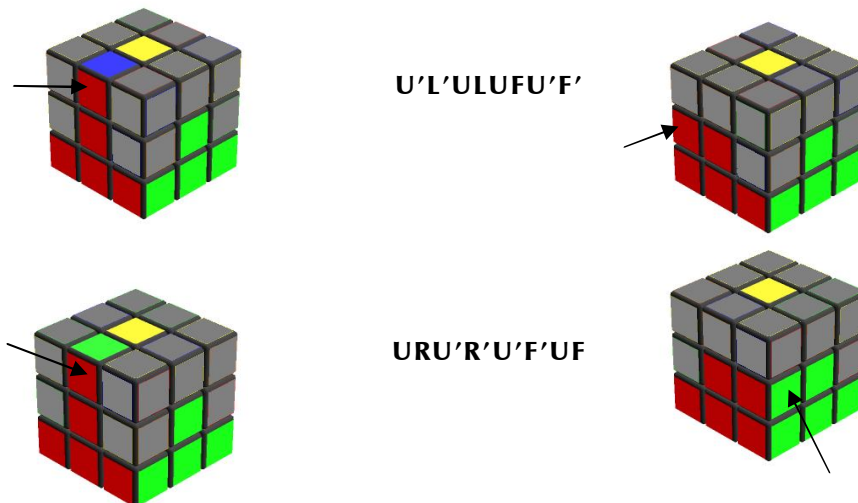
και θα βρεθούμε σε μια από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις

Εφαρμόζοντας τον αντίστοιχο αλγόριθμο η γωνία θα μπει στη θέση της. Εφαρμόζουμε τους ίδιους αλγορίθμους διαδοχικά και για τις υπόλοιπες τρεις γωνίες



A2 Τοποθέτηση ακμών 1ου επιπέδου

Μετά την τοποθέτηση των γωνιών του 1^{ου} επιπέδου θα βάλουμε στη θέση τους τις ακμές του 2^{ου} επιπέδου. Για γίνει αυτό περιστρέφουμε το ανώτατο επίπεδο μέχρι να εμφανιστεί ένα ομοιόχρωμο ανάποδο T (κόκκινο ανάποδο T εμφανίζεται στις δύο αριστερές εικόνες παρακάτω) και εκτελούμε τους αντίστοιχους αλγορίθμους, ανάλογα με το αν θέλουμε η ακμή να τοποθετηθεί στην αριστερή ή στη δεξιά γωνία του T.



Αν μια από τις ακμές που αναζητούμε δεν βρίσκεται στο πάνω επίπεδο αλλά σε λάθος θέση στο μεσαίο επίπεδο τότε εφαρμόζουμε έναν από τους παραπάνω αλγορίθμους για να τοποθετήσουμε μια άλλη ακμή στη θέση της (κατά προτίμηση την ακμή που ανήκει σε αυτή τη θέση) και να την μεταφέρουμε στο πάνω επίπεδο, οπότε και μπορούμε πλέον να εφαρμόσουμε έναν από τους παραπάνω αλγορίθμους.

ΤΙΠ Οι αλγόριθμοι που αναφέραμε μέχρι αυτό το σημείο είναι αρκετοί για να φέρουμε μια έδρα του κύβου σε όποια μορφή θέλουμε (είτε ενιαίο χρώμα είτε κάποιο άλλο σχέδιο). Αυτό αρκεί αν θέλουμε να ασχοληθούμε με την κατασκευή μωσαϊκού[4] από κύβους. (rubikism - cube mosaic)

B ΤΡΟΠΟΣ - ΜΕΤΡΙΟΣ

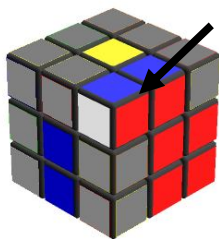
Ταυτόχρονη τοποθέτηση γωνιών και ακμών

(Μια ιστορία κυνηγιού - Hunting Story intuitive F2L)

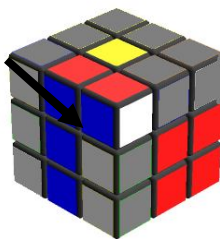
Είναι δυνατό να τοποθετούμε ταυτόχρονα κάθε γωνία και την αντίστοιχη ακμή στη θέση τους, μειώνοντας τον αναγκαίο χρόνο και κινήσεις. Υπάρχουν 41 διαφορετικοί αλγόριθμοι που επιτυγχάνουν την ταυτόχρονη τοποθέτηση ανάλογα με τις θέσεις της γωνίας και της ακμής. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι διαθέσιμοι στο διαδίκτυο[5][6][7] αλλά ευτυχώς δεν είναι απαραίτητο να τους μάθουμε. Με λίγη εξάσκηση, διαίσθηση και ακολουθώντας την ιστορία του RiDo[8] «Hunting Story for F2L» μπορούμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα με λιγότερη απομνημόνευση. Η διαδικασία είναι γνωστή και ως **intuitive F2L**.

Όπως φαίνεται παρακάτω, προσπαθούμε να ενώσουμε τη γωνία με την αντίστοιχη ακμή στο πάνω επίπεδο και να τις τοποθετήσουμε μαζί στη θέση τους με τις αντίστοιχες κινήσεις, ανάλογα με την περίπτωση.

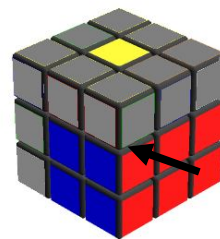
ΤΙΡ Η εισαγωγή στη θέση θυμίζει παρκάρισμα αυτοκινήτου. Το αυτοκίνητο προσπερνάει τη θέση και επιστρέφει σε αυτήν με όπισθεν



URU'R'



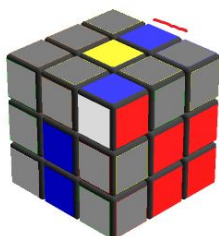
U'F'UF



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ

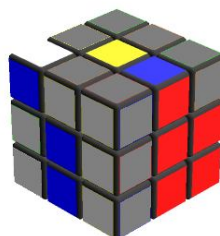
Για να ενώσουμε τα δυο κομμάτια θα πρέπει να είναι και τα δύο στο πάνω επίπεδο. Θεωρούμε ότι η γωνία είναι ο κυνηγός και η ακμή το θήραμα. Ανάλογα με τον προσανατολισμό τους θα έχουμε μία από τις παρακάτω τρεις περιπτώσεις στις οποίες για ευκολία δίνουμε κι ένα όνομα ζώου.

ΚΡΟΚΟΔΕΙΛΟΣ



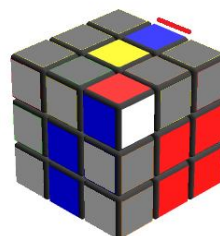
Το θήραμα κι ο κυνηγός δείχνουν προς τα πάνω το ίδιο χρώμα(εδώ μπλε)

ΑΕΤΟΣ



Ο κυνηγός «κοιτάζει» προς τα πάνω, δηλαδή το άσπρο χρώμα είναι πάνω.

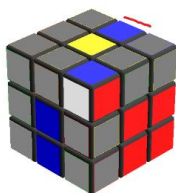
ΤΙΓΡΗ



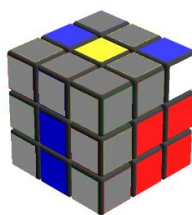
Το θήραμα κι ο κυνηγός δείχνουν προς τα πάνω διαφορετικό χρώμα(εδώ μπλε το θήραμα, κόκκινο ο κυνηγός)

Ας δούμε πώς πιάνει ο κάθε κυνηγός το θήραμα του

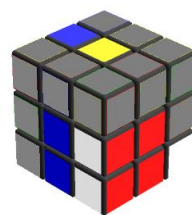
ΚΡΟΚΟΔΕΙΛΟΣ



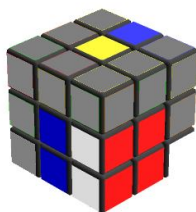
Ο κροκόδειλος περιμένει κοντά στη φωλιά του.



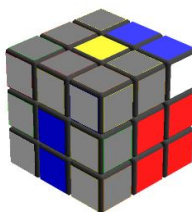
Προσπαθεί να πλησιάσει το θήραμα αλλά αυτό απομακρύνεται.



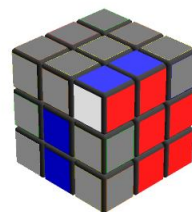
Ο κροκόδειλος βουτάει, κρύβεται και περιμένει



Το θήραμα μη βλέποντας τον κροκόδειλο κυκλοφορεί ελεύθερα στο πάνω επίπεδο.

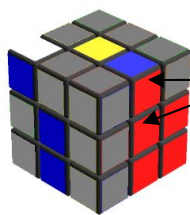


Όταν το θήραμα βρεθεί στη κατάλληλη θέση ο κροκόδειλος ανεβαίνει και το πιάνει.

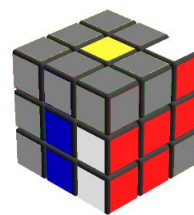
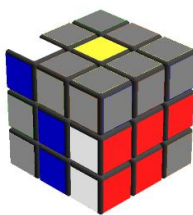


Ο κροκόδειλος τραβάει το θήραμα στη φωλιά του

ΑΕΤΟΣ



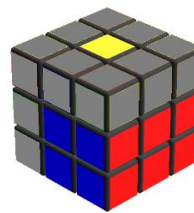
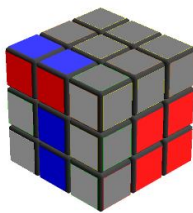
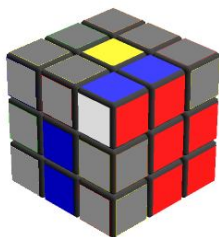
ίδιο
χρώμα



Το θήραμα βρίσκεται
κοντά στη φωλιά

Βλέπει τον αετό και
κρύβεται **μακριά** από
τη φωλιά του

Ο αετός πετάει
ελεύθερα στο πάνω
επίπεδο μέχρι να
φτάσει πάνω από το
θήραμα.

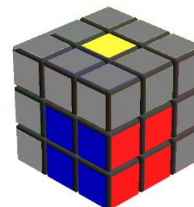
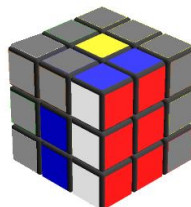
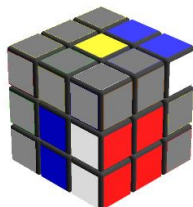
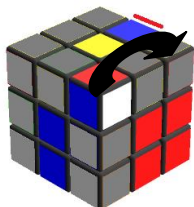


τότε αρπάζει το θήραμα

και το μεταφέρει στη
φωλιά του.

Τέλος

ΤΙΓΡΗ



Η τίγρη βρίσκεται
κοντά στη φωλιά
της.

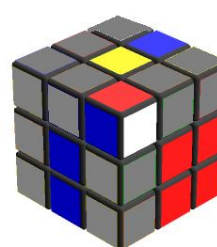
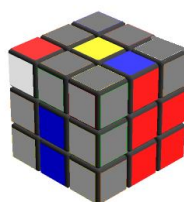
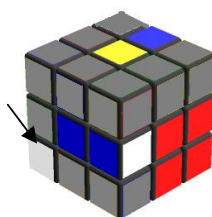
Πηδάει κι
αρπάζει το
θήραμά της.

Το τραβάει προς
τη φωλιά

Τέλος

Οι παραπάνω τρεις περιπτώσεις είναι οι ιδανικές αλλά τις περισσότερες φορές δεν εμφανίζονται μόνες τους αλλά πρέπει να τις δημιουργήσουμε. Η διαδικασία δεν είναι δύσκολη και το μόνο που χρειάζεται είναι να έχουμε ως σκοπό να καταλήξουμε σε μία από τις τρεις περιπτώσεις (κροκόδειλος, αετός, τίγρη). Ακολουθούν μερικά παραδείγματα.

Τίγρη σε λάθος θέση δε μπορεί να πιάσει το θήραμα



Λάθος θέση

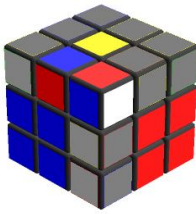
Η τίγρη κρύβεται

Το θήραμα
απομακρύνεται
και η τίγρη

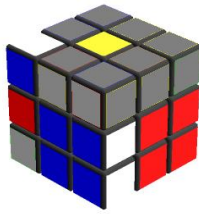
Σωστή θέση

Ξαναβγαίνει

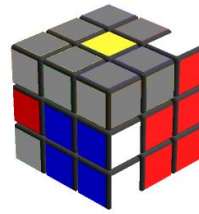
Κυνηγός-θήραμα σε λάθος γειτονική θέση



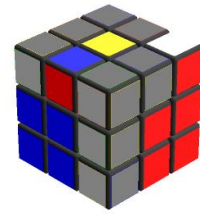
Λάθος θέση



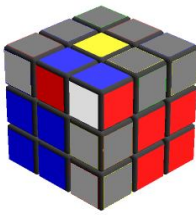
Περιστρέφουμε
για να κρυφτεί το
θήραμα



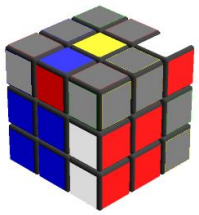
Απομακρύνουμε
τον κυνηγό



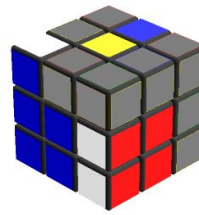
Επαναφέρουμε
το θήραμα.
Περίπτωση
αετού



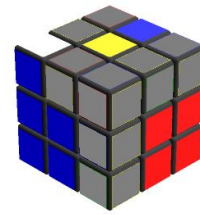
Λάθος θέση



Απομακρύνουμε
τον κυνηγό.

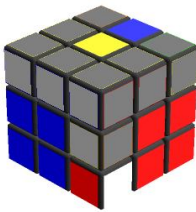


Περιστρέφουμε
κυνηγό και
θήραμα.

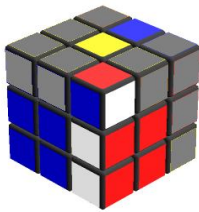


Επαναφέρουμε
τη φωλιά.
Περίπτωση
αετού

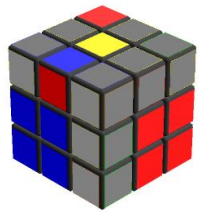
Κυνηγός στη φωλιά μόνος του



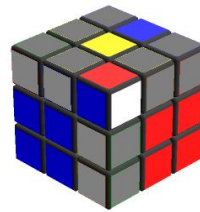
Λάθος θέση



Ο κυνηγός
βγαίνει από τη
φωλιά.

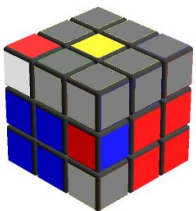


Απομακρύνουμε
κυνηγό και
θήραμα.

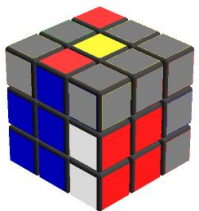


Επαναφέρουμε
τη φωλιά και
περιστρέφουμε.
Περίπτωση
τίγρης.

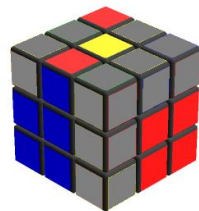
Θήραμα στη φωλιά μόνο του



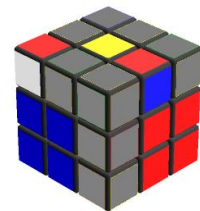
Λάθος θέση



Το θήραμα
βγαίνει από τη
φωλιά.



Επαναφέρουμε τη
φωλιά.



Περιστρέφουμε.
Περίπτωση
κροκόδειλου.

ΒΗΜΑ 3 – ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ 3^{ΟΥ} ΕΠΙΠΕΔΟΥ

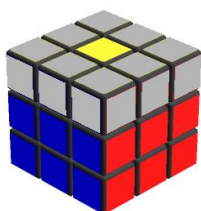
Α ΜΕΘΟΔΟΣ – Πρώτα Προσανατολισμός 3^{ου} επιπέδου

(OLL -Orient Last Layer)

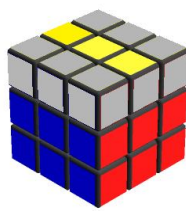
ΕΥΚΟΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Α.1 Ολοκλήρωση σταυρού 3ου επιπέδου

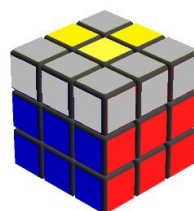
Όταν τελειώσουμε με τα δύο επίπεδα θα βρεθούμε οπωσδήποτε σε μία από τις 4 καταστάσεις που φαίνονται παρακάτω σημειώνοντας ότι **δεν ασχολούμαστε καθόλου με τις γωνίες** αλλά ελέγχουμε μόνο τις ακμές του πάνω επιπέδου



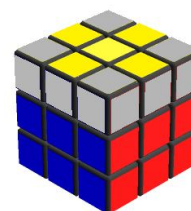
ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ 1



ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ 2



ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ 3



ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ 4
ΠΡΟΟΡΙΣΜΟΣ

Κρατάμε το κύβο έτσι ώστε να ταιριάζει σε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις και εφαρμόζουμε τους παρακάτω αλγόριθμους σύμφωνα με τον πίνακα δίπλα με σκοπό να καταλήξουμε στην κατάσταση 4. Στη χειρότερη περίπτωση θα χρειαστεί να εφαρμόσουμε και τους 2

Αρχική Κατάσταση	Τελική Κατάσταση	
	FUR U'R'F'	FRU R'U'F'
1	2	3
2	4	3
3	2	4
4	3	2

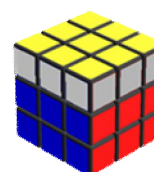
Αλγόριθμος 1 : FURU'R'F'

Αλγόριθμος 2 : FRUR'U'F'

Τip. Μπορούμε να χρησιμοποιούμε αποκλειστικά τον 2^ο αλγόριθμο αλλά τότε θα πρέπει να τον επαναλάβουμε 1-3 φορές τοποθετώντας το κύβο στη σωστή του θέση μετά από κάθε επανάληψη

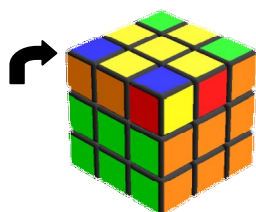
Α2 Ολοκλήρωση προσανατολισμού

Έχοντας φτιάξει το σταυρό του 3^{ου} επιπέδου θα περιστρέψουμε τις γωνίες έτσι ώστε το 3^ο επίπεδο να αποκτήσει ενιαίο χρώμα όπως φαίνεται δίπλα.

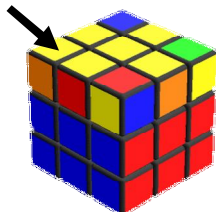


Α' ΤΡΟΠΟΣ ΕΥΚΟΛΟΣ ΓΙΑ ΑΡΧΑΡΙΟΥΣ

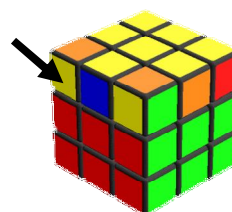
Μετράμε πόσες γωνίες είναι ήδη γυρισμένες σωστά. Ο αριθμός αυτός, έστω N , θα είναι 0,1 ή 2. Γυρνάμε τον κύβο ελέγχοντας ώστε η **κίτρινη πλευρά της μπροστά αριστερής γωνίας** να είναι αριστερά αν $N=0$, πάνω αν $N=1$ ή μπροστά αν $N=2$ όπως φαίνεται στα σχήματα παρακάτω



$N=0$



$N=1$



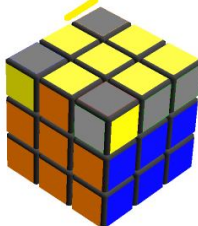
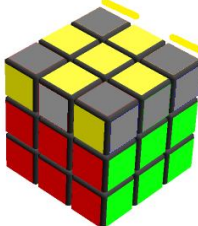
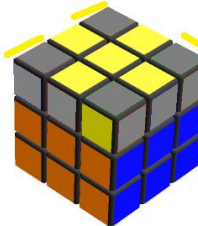
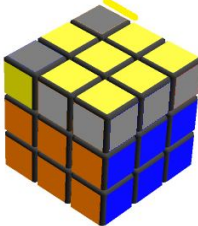
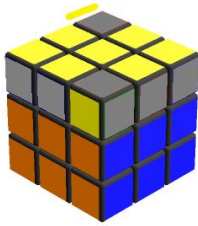
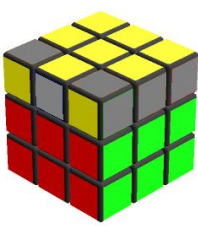
$N=2$

Εφαρμόζουμε 1-3 φορές τον αλγόριθμο **$RUR'URU2R'$** φροντίζοντας μετά από κάθε επανάληψη να μετράμε ξανά πόσες γωνίες είναι σωστά γυρισμένες και να περιστρέφουμε τον κύβο ελέγχοντας ώστε η **κίτρινη πλευρά της μπροστά αριστερής γωνία** να είναι στη σωστή θέση.

TIP Για να μάθουμε εύκολα τον αλγόριθμο ακολουθούμε τις κινήσεις της μπροστά δεξιάς γωνίας και παρατηρούμε πώς βγαίνει από τη θέση της, κάνει μια βόλτα στο πάνω επίπεδο και ξαναμπαίνει στη θέση της.

B ΤΡΟΠΟΣ ΜΕΤΡΙΟΣ ΓΙΑ ΜΕΣΟΥΣ ΠΑΙΧΤΕΣ (2 LOOK OLL -2 LOOK ORIENT LAST LAYER)

Έχοντας φτιάξει το σταυρό του 3^{ου} επιπέδου ο κύβος θα βρίσκεται σε μια από τις παρακάτω 7 περιπτώσεις, για κάθε μία δίνεται ο αντίστοιχος αλγόριθμος[5][8] που θα προσανατολίσει το 3^ο επίπεδο.

Sune Σουηδικό Όνομα  RUR'U RU2R'	Anti-Sune Αντίστροφο του προηγούμενου  RU2R'U' RU'R'	Symmetry Cross Συμμετρικός Σταυρός  F RUR'U' RUR'U' RUR'U' F'	Non Symmetry Cross Μη Συμμετρικός Σταυρός  RU2 R2U'R2U'R2 U2R
Chameleon Χαμαιλέοντας  rUR'U'r' FRF'	Bow-Tie Παπιγιόν  F'rUR'U' r'FR	Headlights Προβολείς  R2DR'U2 RD'R'U2R'	

TIP: Ο Σουηδός Lars Petrus, εφευρέτης της ομώνυμης μεθόδου[10], έδωσε σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις ένα σουηδικό ανδρικό όνομα. Το Sune χρησιμοποιείται ακόμα.

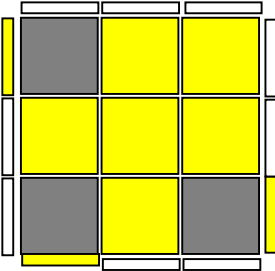
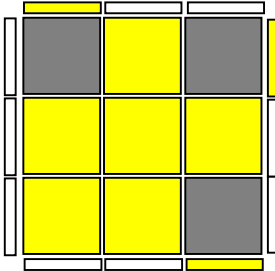
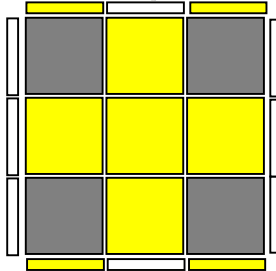
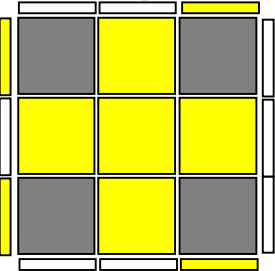
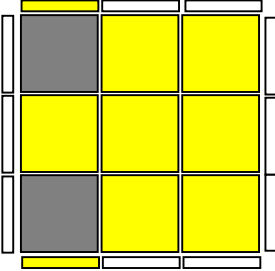
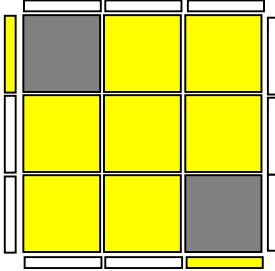
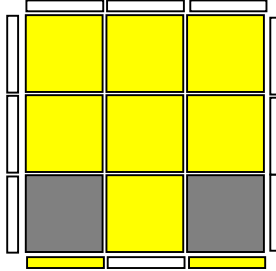
Γ' ΤΡΟΠΟΣ – ΔΥΣΚΟΛΟΣ ΓΙΑ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΕΣ SPEEDCUBERS

Άμεσος Προσανατολισμός 3^{ου} επιπέδου

(1-LOOK OLL - ONE LOOK ORIENT LAST LAYER)

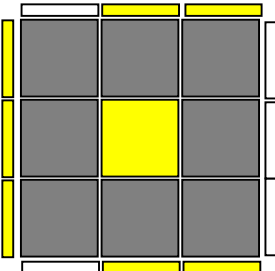
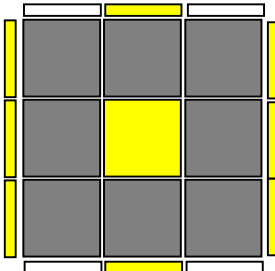
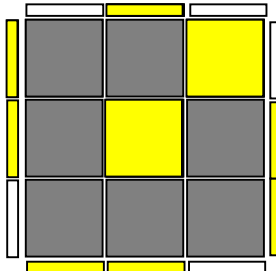
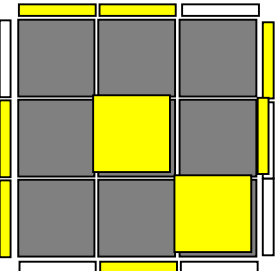
Ο τρόπος αυτός ανακαλύφθηκε από την Jessica Fridich[11][12] και είναι ο αυτός που χρησιμοποιούν οι περισσότεροι παίκτες σε διαγωνισμούς. Μειώνει τον απαιτούμενο αριθμό των κινήσεων και φυσικά τον απαιτούμενο χρόνο αλλά απαιτεί την εκμάθηση 57 διαφορετικών αλγορίθμων[5][6][7]. Από αυτούς τους αλγορίθμους μερικούς τους γνωρίζουμε ήδη από τους προηγούμενους τρόπους OLL ενώ υπάρχουν και αρκετοί συμμετρικοί ή αντίστροφοι αλγόριθμοι.

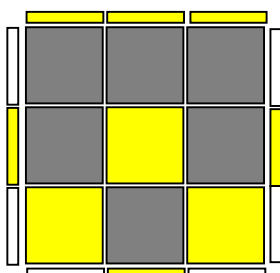
ΟΛΕΣ ΟΙ ΑΚΜΕΣ ΣΩΣΤΑ ΓΥΡΙΣΜΕΝΕΣ (2 LOOK PLL)

Anti-Sune	Sune	Συμμετρικός Σταυρός	Μη Συμμετρικός Σταυρός
			
RU2R'U'RUR'	RUR'URU2R'	FRUR'U' RUR'U' RUR'U'F'	RU2 R2U'R2U'R2 U2R
Χαμαιλέοντας	Παπιγιόν	Προβολείς	
			
rUR'U'r' FRF'	F'rUR'U' r'FR	R2DR'U2 RD'R'U2R'	

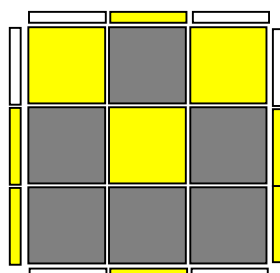
ΚΑΜΙΑ ΑΚΜΗ ΣΩΣΤΑ ΓΥΡΙΣΜΕΝΗ

ΤΕΛΕΙΕΣ

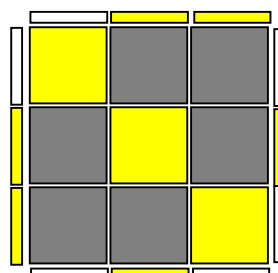
			
FRUR'U' S' RUR'U'f'	RU2R2 FRF' U2R' FRF'	fRUR'U'f' U FRUR'U'F'	fRUR'U'f' U' FRUR'U'F'



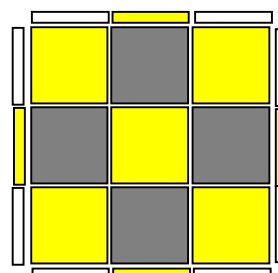
FRUR'UF'
y'U2
R'FRF'



MU
RUR'U'
M'R'FRF'

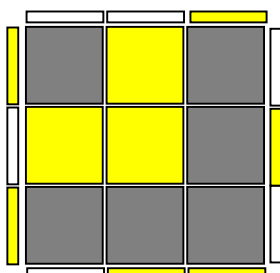


RUR'U
R'FRF'U2
R'FRF'

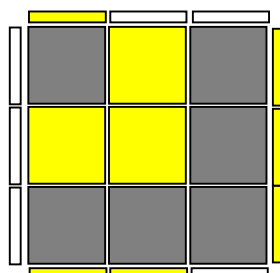


MU
RUR'U'
M2URU'r'

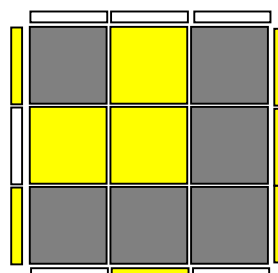
ΔΥΟ ΑΚΜΕΣ ΣΩΣΤΑ ΓΥΡΙΣΜΕΝΕΣ
ΓΩΝΙΕΣ



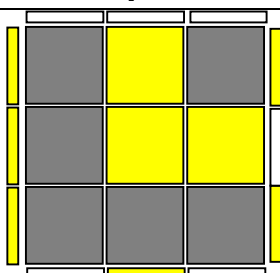
F
RUR'U'
RUR'U'
F'



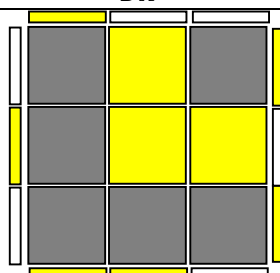
R'FR2
B'R2
F'R2
BR'



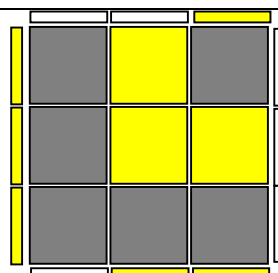
I'U'LU'
L'ULU'
L'U2I



rU
R'URU'
R'URU
Ur'

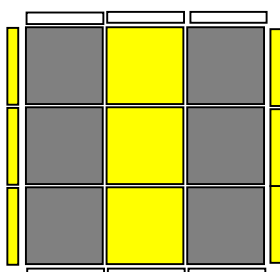


F'
L'U'LU
L'U'LU
F

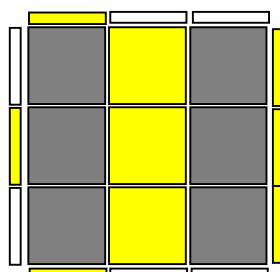


R'FR'F'
R2U2
B'RBR'

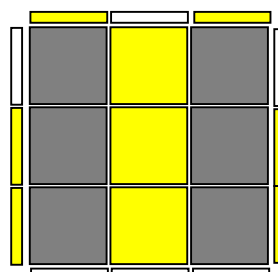
ΓΡΑΜΜΕΣ



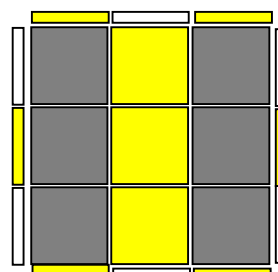
RU2R2
U'RU' R'U2
FRF'



RUR'U
Rd'
RU'R'F'

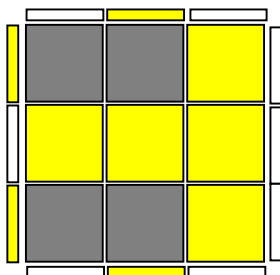


I
FUF'U'
FUF'U'
I'

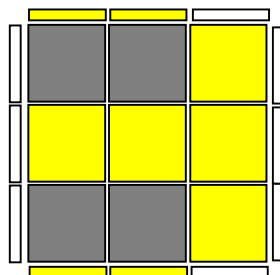


fRUR'U'
S'RUR'U'
RUR'U'
F'

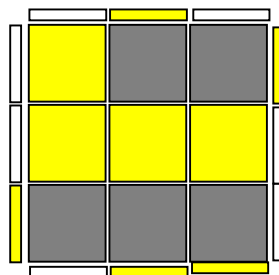
ΓΡΑΜΜΑΤΑ T Γ Z



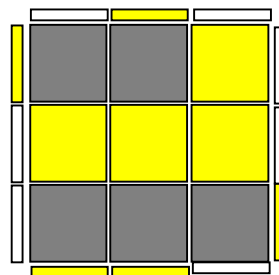
FRU
R'U'F'



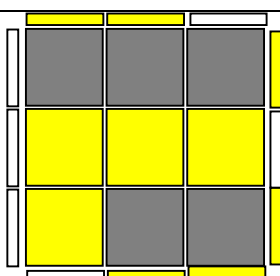
RUR'U'
R'FRF'
H γ2 L'U'L FUF L'UL



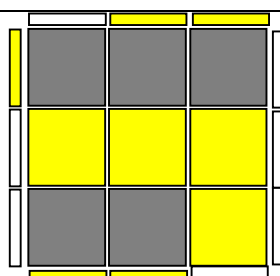
I'U'
MU'LUI'
UI



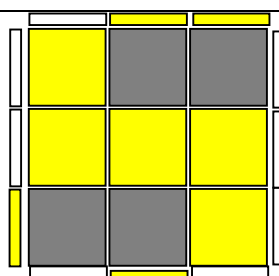
rU
MUR'U'r
U'r'



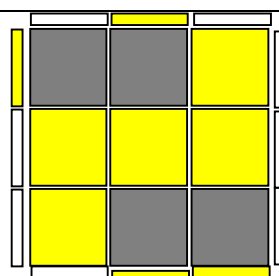
FURU'R2
F'RURU'R'



R'FRU
R'F'R
FU'F'

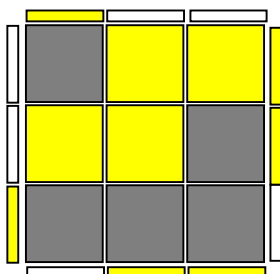


R'FRU
R'U'
F'UR

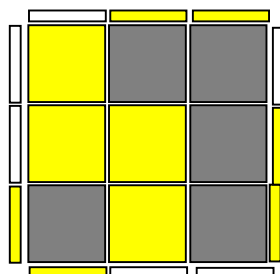


RB'
R'U'RU
BU'R'

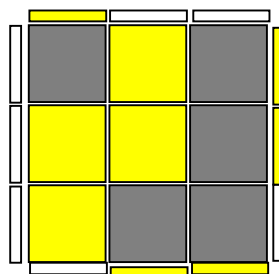
ΚΕΡΑΥΝΟΙ



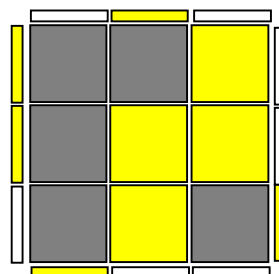
rUR'U
R'FRF'
RU2r'



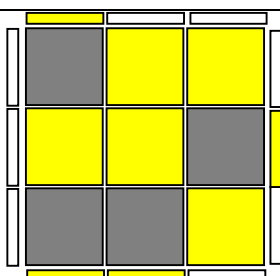
r'
U'RU'R'U2
r



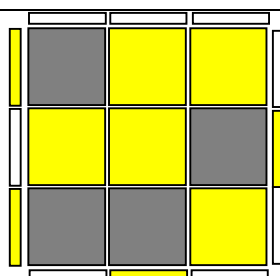
R
UR'URU2
r'



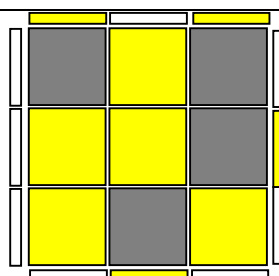
FRUR'U'
F'UF
RUR'U'F'



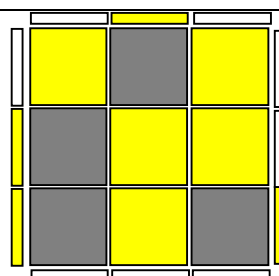
RUR'U'RU'
R'F'U'
FRUR'



R'FRF'
R'FRF'
RUR'U'RUR'

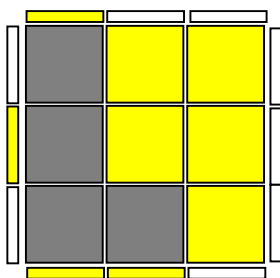


RUR'URU2
R'F
RUR'U'F'

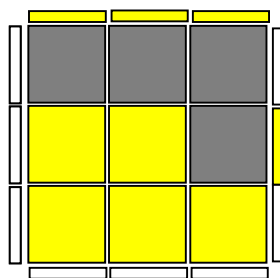


R2U
R'B'RU'
R2URBR'

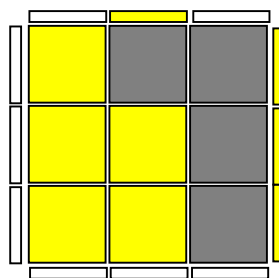
ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ-ΠΙ



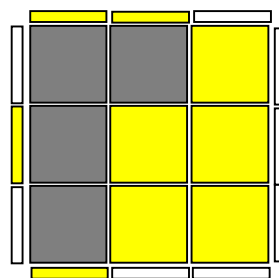
R'U'FU
RU'R'F'R



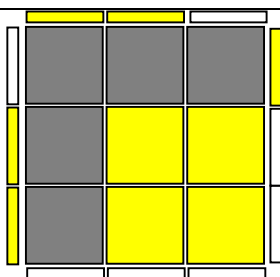
L'U'L F U2 F L'UL
'H γFURU'R'F'



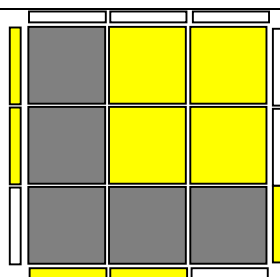
f'L'U'LUf
'H γ2F'U'L'ULF



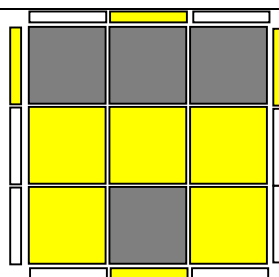
RUB'
U'R'UR
BR'



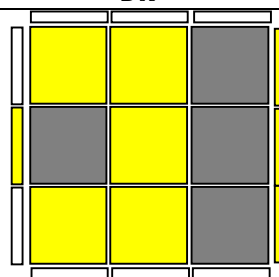
r'U2
RUR'
Ur



rU2
R'U'RU'
r'

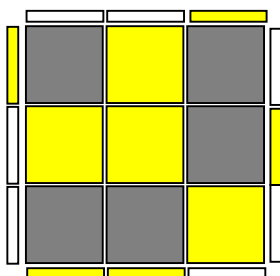


RUR2U'
R'FR
URU'F'

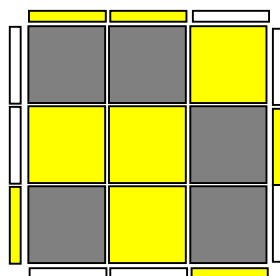


R'U'R'
FRF'UR

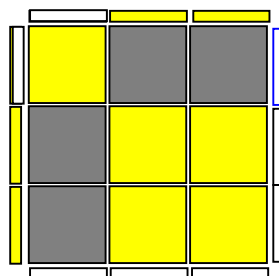
ΨΑΡΙΑ



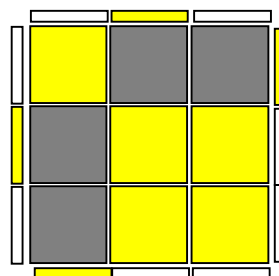
RUR'U'
R'FR2
UR'U'F'



RUR'U
R'FRF'
RU2R'

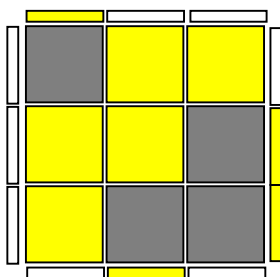


γ2
FRU'R'
U'
RUR'F'
'H L'U'L F U' F L'UL

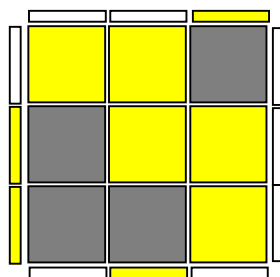


RU2R2
FRF'
RU2R'

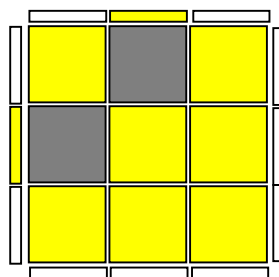
ΠΟΥΛΙΑ



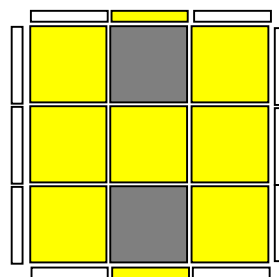
RUR'U
RU'R'U'
R'FRF'



L'U'LU'
L'ULU
LF'L'F



M'UM
U2
M'UM



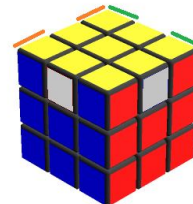
RUR'U'
M'
URU'r'

ΜΕΤΑΘΕΣΕΙΣ 3^{ΟΥ} ΕΠΙΠΕΔΟΥ (PLL-PERMUTE LAST LAYER)

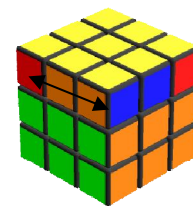
Α ΤΡΟΠΟΣ – ΕΥΚΟΛΟΣ

A.1 ΜΕΤΑΘΕΣΕΙΣ ΓΩΝΙΩΝ

Περιστρέφουμε το πάνω επίπεδο προσπαθώντας να τοποθετήσουμε τις γωνίες στη σωστή τους θέση. Αν μπου όλες οι γωνίες στη θέση τους όπως φαίνεται δίπλα, τότε τελειώσαμε και προχωράμε στο επόμενο βήμα.



Αν μπου δύο γειτονικές γωνίες στη θέση τους τότε περιστρέφουμε το κύβο ώστε να μεταφερθούν στη πίσω πλευρά και εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο δίπλα, ο οποίος θα αντιμεταθέσει τις δύο μπροστινές γωνίες



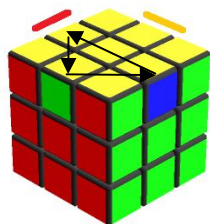
Αν καταφέρουμε να βάλουμε μόνο μία γωνία στη θέση της ή 2 διαγώνιες τότε εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο δίπλα μια φορά, επανεξετάζουμε τις γωνίες περιστρέφουμε τον κύβο όπως παραπάνω και εφαρμόζουμε ξανά τον αλγόριθμο.

R'FR'B2RF'R'B2R2U'

A.2 ΜΕΤΑΘΕΣΕΙΣ ΑΚΜΩΝ

Μετά την τοποθέτηση των γωνιών στη σωστή θέση θα πρέπει να τοποθετηθούν οι ακμές. Αν ο κύβος δεν είναι ήδη φτιαγμένος θα βρεθούμε σε μία από τις παρακάτω τέσσερις περιπτώσεις. οπότε εφαρμόζουμε τον αντίστοιχο αλγόριθμο και τελειώσαμε.

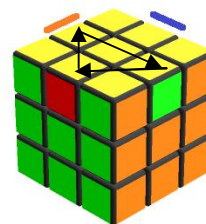
Αριστερόστροφη περιστροφή



F2U'R'LF2L'RU'F2
'H RU'RURURU'R'UR2

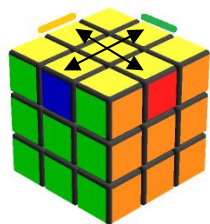
Αντιμετάθεση απέναντι ακμών

Δεξιόστροφη περιστροφή

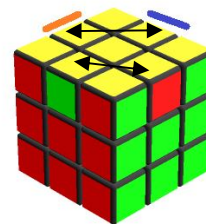


F2UR'LF2L'RU'F2
'H R2U'RUR'U'R'U'R'UR'

Αντιμετάθεση γειτονικών ακμών



M2UM2U2M2U



M2 UM2UM'U2M2U2M'U2

TIP Δεν είναι απαραίτητο να μάθουμε όλους τους παραπάνω αλγόριθμους. Αρκεί ένας από τους δύο πρώτους. Απλά θα πρέπει να τον εφαρμόσουμε 1-2 φορές

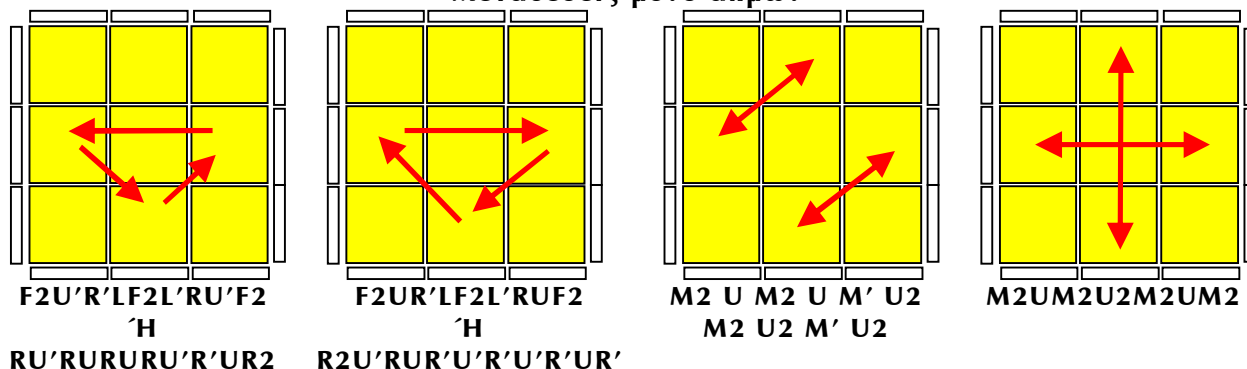
Β ΤΡΟΠΟΣ –ΔΥΣΚΟΛΟΣ ΓΙΑ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΕΣ SPEEDCUBERS

Ταυτόχρονα Μεταθέσεις Ακμών Και Γωνιών 3^{ου} επιπέδου

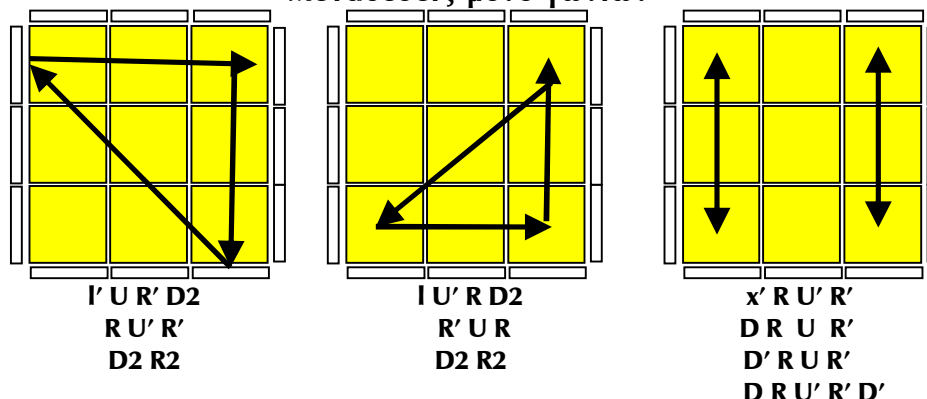
(1-LOOK PLL - ONE LOOK PERMUTE LAST LAYER)

Ο τρόπος αυτός ανακαλύφθηκε από την Jessica Fridich και είναι ο αυτός που χρησιμοποιούν οι περισσότεροι παίκτες σε διαγωνισμούς. Μειώνει τον απαιτούμενο αριθμό των κινήσεων και φυσικά τον απαιτούμενο χρόνο αλλά απαιτεί την εκμάθηση 21 διαφορετικών αλγορίθμων[4][5][6]. Κάποιοι μας είναι ήδη γνωστοί.

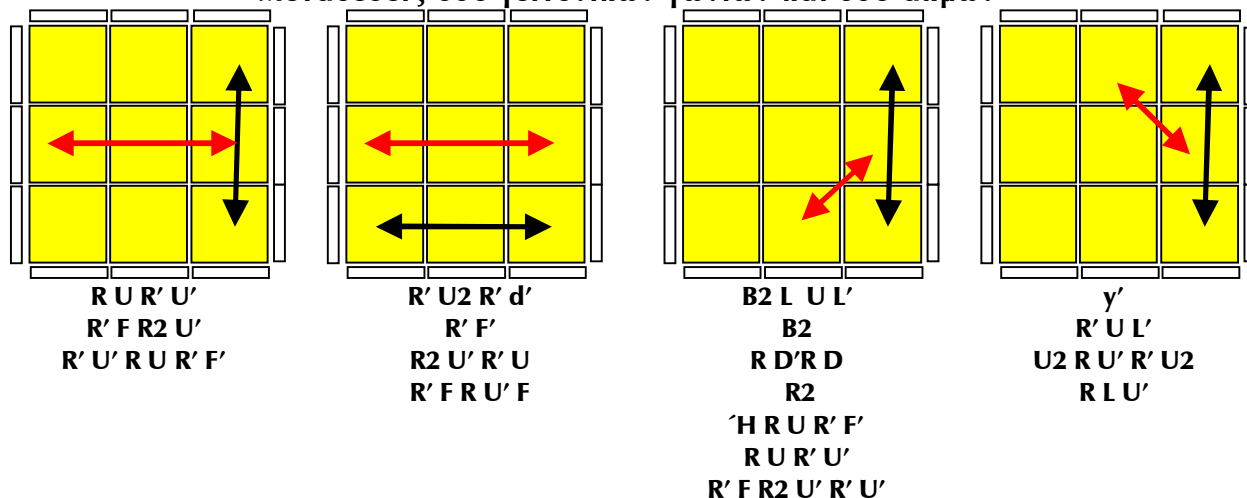
Μεταθέσεις μόνο ακμών

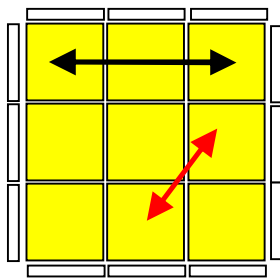


Μεταθέσεις μόνο γωνιών

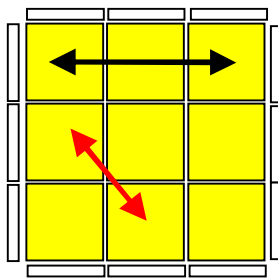


Μεταθέσεις δύο γειτονικών γωνιών και δύο ακμών



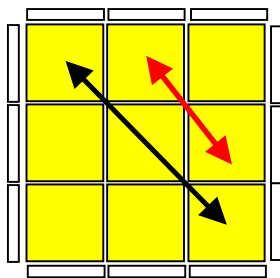


U'B'U2B
U'R'FR
B'R'FR
U'B
H'R'U2
R U2 R' F
R U R' U'
R' F' R2 U'

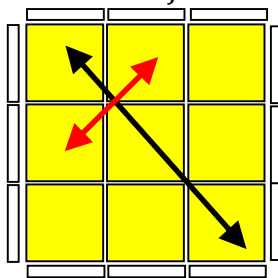


L U2'
L' U2'L F'
L' U' L U
L F L2' U

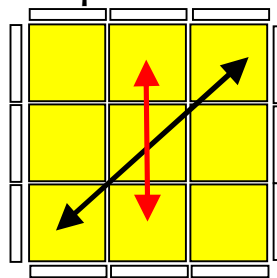
Μεταθέσεις δύο διαγώνιων γωνιών και δύο ακμών



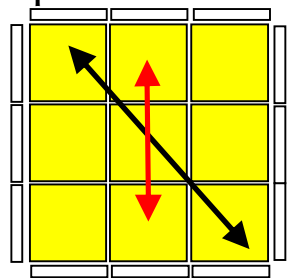
R' U R' d'
R' F' R2 U'
R' U R' F R F



F R U' R' U'
R U R' F'
R U R' U'
R' F R F'

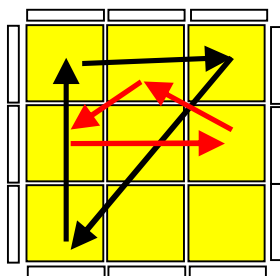


R' U L' U2
R U' L
R' U L' U2
R U' L U'

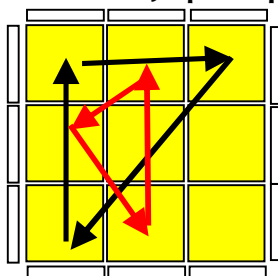


LU'R U2
L' U R' L
U' R U2
L' U R' U

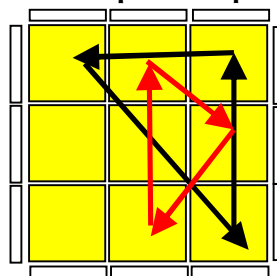
Μεταθέσεις τριών γωνιών και τριών ακμών



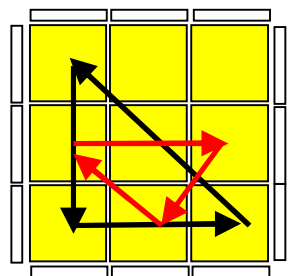
R2 u
R' U R' U'
R u' R2
F' U F



R U R'
γ' R2 u'
R U' R' U
R' u R2



L' U' L
γ' R2 u
R' U R U'
R u' R2

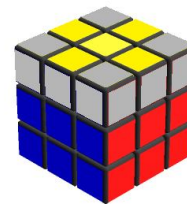


R2 u'
R U' R U
R' u R2
B U' B'

B ΜΕΘΟΔΟΣ Πρώτα τοποθέτηση ακμών 3^{ου} επιπέδου

ΒΗΜΑ 1ο – Τοποθέτηση ακμών

Ο κύβος θα πρέπει να βρίσκεται στην κατάσταση που φαίνεται δίπλα δηλαδή θα πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί τα δύο πρώτα επίπεδα και να έχει σχηματιστεί ο σταυρός του 3^{ου} επιπέδου. Τότε περιστρέφουμε το πάνω επίπεδο προσπαθώντας να τοποθετήσουμε και τις ακμές στη θέση τους.



1 ακμή στη θέση της

Αν μόνο μία ακμή μπορεί να μπει στη θέση της, τότε τη φέρνουμε στη μπροστά πλευρά και εφαρμόζουμε μια φορά όποιον από τους παρακάτω δύο αλγορίθμους χρειάζεται ή οποιοδήποτε από τους δύο δύο φορές

Αριστερόστροφη περιστροφή



RUR'URU2R'

Δεξιόστροφη περιστροφή

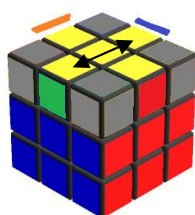


RU2R'U'RU'R'

2 ακμές στη θέση τους

Αν δύο ακμές μπορούν να μπουκ στη θέση τους, αυτές θα είναι είτε δίπλα η μία στην άλλη είτε απέναντι όπως φαίνεται παρακάτω

Απέναντι



RU2R'U'RU'R'
U
RU2R'U'RU'R'

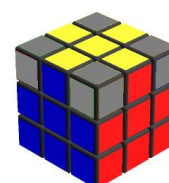
Δίπλα



RU2R'U'RU'R' U'

4 ακμές στη θέση τους

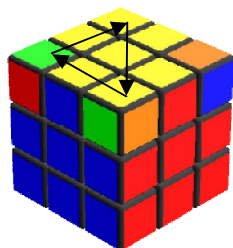
Όταν ο κύβος είναι όπως φαίνεται δίπλα είμαστε έτοιμοι για το επόμενο βήμα



ΒΗΜΑ 2ο – Τοποθέτηση γωνιών

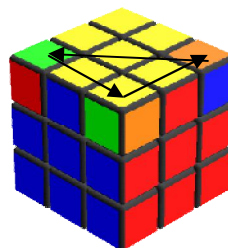
Μετά την ολοκλήρωση του σταυρού θα πρέπει να τοποθετήσουμε τις γωνίες στη σωστή τους θέση χωρίς να μας ενδιαφέρει ο σωστός τους προσανατολισμός. Εφαρμόζουμε έναν από τους τέσσερις παρακάτω αλγορίθμους οι οποίοι αντιμεταθέτουν 3 γωνίες αφήνοντας την 4η αμετακίνητη

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Δεξιόστροφα



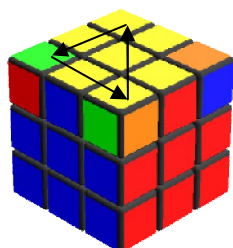
UR'U'LURU'L'

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Αριστερόστροφα



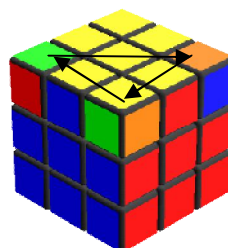
U'LUR'U'L'UR

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Αριστερόστροφα



LUR'U'LURU'
(Αντίστροφος του επάνω)

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Δεξιόστροφα



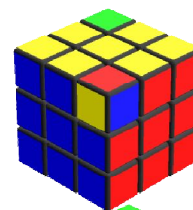
R'U'LURU'L'U
(Αντίστροφος του επάνω)

Αν καμία γωνία δεν βρίσκεται στη θέση της έτσι ώστε να την «προστατέψουμε» τοποθετώντας την πίσω δεξιά ή αριστερά, τότε εφαρμόζουμε οποιοδήποτε από τους αλγορίθμους και μία γωνία σίγουρα θα βρεθεί στη θέση της οπότε και ξαναπροσπαθούμε όπως παραπάνω.

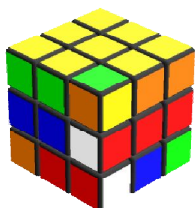
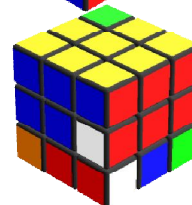
ΤΙΡ Οι παραπάνω αλγόριθμοι είναι εύκολοι αν παρατηρήσουμε ότι το πάνω επίπεδο περιστρέφεται εναλλάξ δεξιόστροφα-αριστερόστροφα ενώ οι πλαϊνές πλευρές με τη σειρά «κατεβαίνουν - ανεβαίνουν».

ΒΗΜΑ 3ο Προσανατολισμός γωνιών

Μετά την τοποθέτηση των γωνιών στη σωστή τους θέση θα παρατηρήσουμε ότι 4,2 ή καμία δεν είναι σωστά προσανατολισμένη. Περιστρέφουμε το κύβο μέχρις ότου μία από τις μη προσανατολισμένες γωνίες να βρεθεί μπροστά δεξιά όπως φαίνεται δίπλα

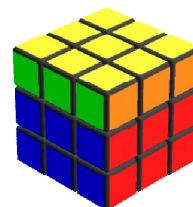


Εφαρμόζουμε 2 ή 4 φορές τον αλγόριθμο **R'DRD'** μέχρι η γωνία να μπει σωστά προσανατολισμένη στο πάνω επίπεδο όπως φαίνεται δίπλα. Ο κύβος θα έχει ανακατευτεί αρκετά αλλά γρήγορα θα διορθωθεί. **Προσοχή να μην ξεχάσουμε την τελευταία κίνηση D' ακόμα κι αν η γωνία έχει μπει ήδη στη θέση της.**



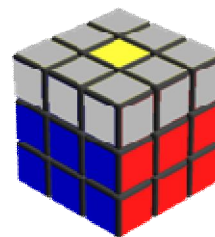
Για κάθε μία μη προσανατολισμένη γωνία Περιστρέφουμε την επάνω πλευρά ώστε να την φέρουμε μπροστά δεξιά, **προσέχοντας σε καμία περίπτωση να μην περιστρέψουμε ολόκληρο το κύβο.**

Ξανά εφαρμόζουμε 2 ή 4 φορές τον αλγόριθμο **R'DRD'** μέχρι η γωνία να μπει σωστά προσανατολισμένη στο πάνω επίπεδο όπως φαίνεται δίπλα. Όταν τελειώσουμε με όλες τις γωνίες περιστρέφουμε το πάνω επίπεδο κι ο κύβος μας είναι έτοιμος.



Γ ΜΕΘΟΔΟΣ – Πρώτα τοποθέτηση γωνιών 3^{ου} επιπέδου

Ο κύβος θα πρέπει να βρίσκεται στην κατάσταση που φαίνεται δίπλα δηλαδή θα πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί τα δύο πρώτα επίπεδα. Τότε περιστρέφουμε το πάνω επίπεδο προσπαθώντας να τοποθετήσουμε και τις γωνίες στη θέση τους.

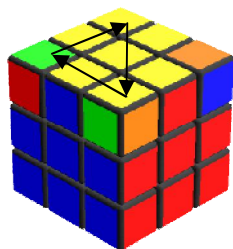


Βημα 1^ο – Τοποθέτηση γωνιών στη σωστή θέση

1^{ος} Μέθοδος – 1 γωνία σε σωστή θέση

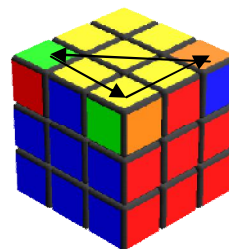
Τοποθετούμε **μία μόνο** γωνία στη σωστή θέση χωρίς να μας ενδιαφέρει ο προσανατολισμός της. Εφαρμόζουμε έναν από τους τέσσερις παρακάτω αλγορίθμους οι οποίοι αντιμεταθέτουν 3 γωνίες αφήνοντας την 4η αμετακίνητη

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Δεξιόστροφα



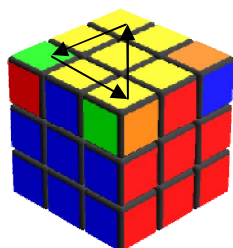
UR'U'LURU'L'

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Αριστερόστροφα



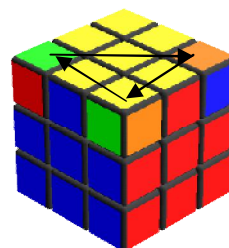
U'LUR'U'L'UR

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Αριστερόστροφα



LUR'U'LURU'
(Αντίστροφος του επάνω)

Σταθερή Γωνία: Πίσω δεξιά
Υπόλοιπες γωνίες: Δεξιόστροφα



R'U'LURU'L'U
(Αντίστροφος του επάνω)

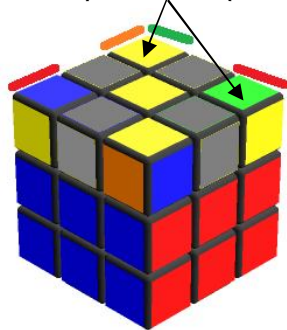
2η Μέθοδος – 2 γωνίες σε σωστή θέση

Περαιστρέφουμε το πάνω επίπεδο μέχρι να μπουόν δύο γωνίες στη θέση τους χωρίς να μας ενδιαφέρει ο προσανατολισμός τους. Δύο γωνίες μπαίνουν πάντοτε στη σωστή τους θέση και θα είναι είτε γειτονικές είτε απέναντι διαγώνια.

Αν είναι γειτονικές περιστρέφουμε το κύβο ώστε να είναι στη πίσω πλευρά.

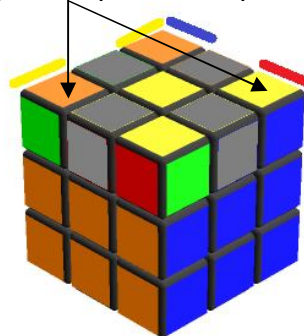
Αν είναι απέναντι διαγώνια περιστρέφουμε το κύβο ώστε να είναι πίσω δεξιά και μπροστά αριστερά. Εφαρμόζουμε τον αντίστοιχο αλγόριθμο.

2 Γειτονικές γωνίες στη θέση τους



$L'U'L FUF' L'UL U2$

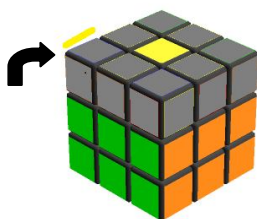
2 Διαγώνιες γωνίες στη θέση τους



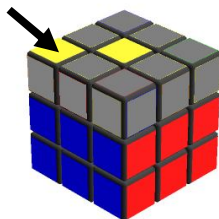
$L'U'L FU2F' L'UL U$

Βημα 2^ο – Προσανατολισμός γωνιών

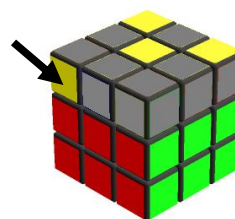
Μετράμε πόσες γωνίες είναι ήδη γυρισμένες σωστά. Ο αριθμός αυτός, έστω N , θα είναι 0, 1 ή 2. Γυρνάμε τον κύβο ελέγχοντας ώστε η **κίτρινη πλευρά της μπροστά αριστερής γωνίας** να είναι αριστερά αν $N=0$, πάνω αν $N=1$ ή μπροστά αν $N=2$ όπως φαίνεται στα σχήματα παρακάτω



$N=0$



$N=1$

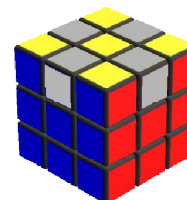


$N=2$

Εφαρμόζουμε 1-3 φορές τον αλγόριθμο $RUR'URU2R' U2$ φροντίζοντας μετά από κάθε επανάληψη να μετράμε ξανά πόσες γωνίες είναι σωστά γυρισμένες και να περιστρέφουμε τον κύβο ελέγχοντας ώστε η **κίτρινη πλευρά της μπροστά αριστερής γωνία** να είναι στη σωστή θέση.

Βημα 3^ο – Τοποθέτηση ακμών στη σωστή θέση

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει οι γωνίες να έχουν μπει σωστά προσανατολισμένες στη θέση τους όπως φαίνεται δίπλα και θα πρέπει πλέον να τοποθετήσουμε και τις ακμές στη σωστή τους θέση χωρίς να ενδιαφερόμαστε για τον προσανατολισμό τους



Α Μέθοδος

Εφαρμόζουμε τους ίδιους αλγόριθμους που αναφέρονται στο Α.2 ΜΕΤΑΘΕΣΕΙΣ ΑΚΜΩΝ σελίδα 21.

B Μέθοδος

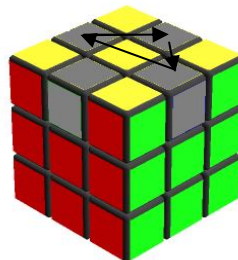
Αν οι ακμές δεν είναι ήδη στη θέση τους θα βρεθούμε σε μία από τις παρακάτω τέσσερις περιπτώσεις. οπότε εφαρμόζουμε τον αντίστοιχο αλγόριθμο.

Αριστερόστροφη περιστροφή



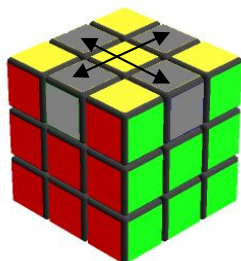
M'U'MU2M'U'M

Δεξιόστροφη περιστροφή



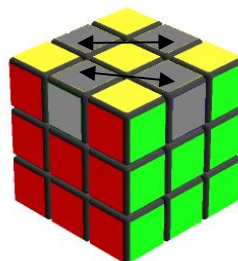
M'UMU2M'UM

Αντιμετάθεση απέναντι ακμών



M2UM2U2M2UM2

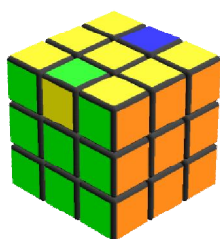
Αντιμετάθεση γειτονικών ακμών



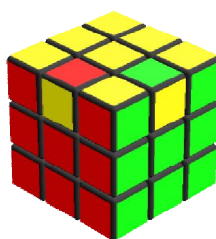
M2 UM2UM'U2M2U2M'U2

Βημα 4º- Προσανατολισμός ακμών

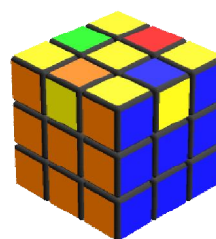
Μετά το προηγούμενο βήμα, αν ο κύβος δεν έχει ήδη φτιαχθεί, θα πρέπει να έχει τις ακμές του 3^{ου} επιπέδου στη σωστή τους θέση αλλά 2 ή 4 μπορεί να έχουν λάθος προσανατολισμό όπως φαίνεται παρακάτω



**M'UM'UM'U2
MUMUMU2**



**RB
M'UM'UM'U2
MUMUMU2
B'R'**



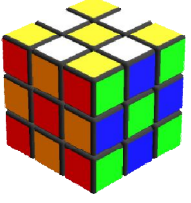
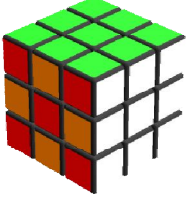
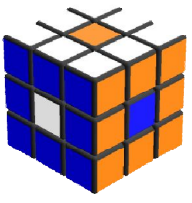
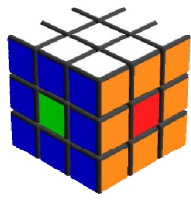
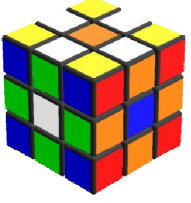
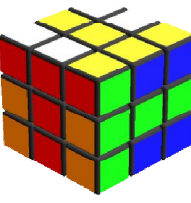
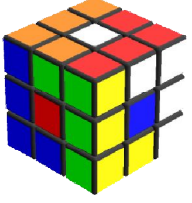
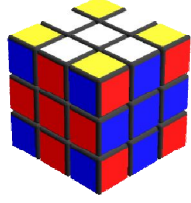
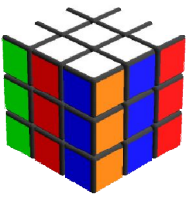
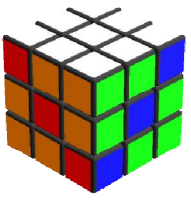
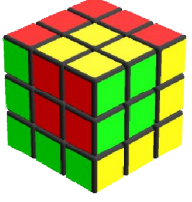
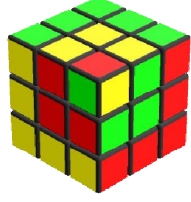
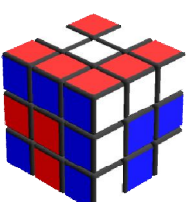
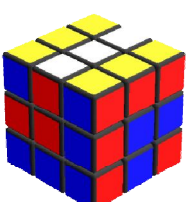
**R2DB2
MU'MU'MU'MU'
B2D'R2**

Ή εφαρμόζουμε 2 φορές έναν από τους προηγούμενους αλγορίθμους

Εφαρμόζουμε τον αντίστοιχο αλγόριθμο κι ο κύβος μας είναι έτοιμος.

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΧΕΔΙΩΝ ΜΕ ΤΟ ΚΥΒΟ

Αν ξεκινήσουμε με έναν φτιαγμένο κύβο και εφαρμόσουμε τον αντίστοιχο αλγόριθμο θα προκύψουν τα αντίστοιχα σχέδια. Εφαρμογή του αντίστροφου αλγόριθμου θα επαναφέρει το κύβο στην αρχική του κατάσταση.

ΣΚΑΚΙΕΡΑ 1	ΣΚΑΚΙΕΡΑ 2	ΤΡΥΠΕΣ 1	ΤΡΥΠΕΣ 2
 R2L2 U2D2 F2B2	 L2U2L2U2L2U2 R2D2R2D2R2D2	 UD'BF' RL'UD'	 F2B2UD' L2R2UD'
ΛΟΥΛΟΥΔΙΑ	ΓΡΑΜΜΑ Τ	ΓΡΑΜΜΑ Γ	ΣΤΑΥΡΟΣ
 R2L2U2D2F2B2 UD'BF'RL'UD'	 F2R2U2 F'BD2L2FB	 LR FB U' D' LR	 U F B' L2 U2 L2 F' B U2 L2 U
ΡΙΓΕΣ	ΔΙΑΓΩΝΙΟΙ	ΚΥΒΟΣ ²	ΚΥΒΟΣ ³
 F U F R L2 B D' R D2 L D' B R2 L F U F	 R L B F R L B F R L B F	 F L F U' R U F2 L2 U' L' B D B' L2 U	 U' L' U' F' R2 B' R F U B2 U B' L U' F U R F'
ΑΝΑΚΟΝΤΑ	ΠΥΘΩΝΑΣ	SUPERFLIP	
 L U B' U' R L' B R' F B' D R D' F'	 F2 R' B' U R' L F' L F' B D' R B L2	Θεωρητικά Από τις δυσκολότερες θέσεις για να ξεκινήσει κάποιος να λύνει το κύβο, καθώς ήταν από τις πρώτες θέσεις για την οποία για τις οποίες αποδείχτηκε ότι απαιτούνται 20 κινήσεις για να λυθεί.(God's Number). Οι γωνίες είναι στις θέσεις τους αλλά οι ακμές αντιστραμμένες. UR2FBRB2RU2LB2 RU'D'R2FR' LB2U2F2 MU'MU'MU'MU'yz' MU'MU'MU'MU'yz' MU'MU'MU'MU'	

Προχωρημένα θέματα

Η επίλυση του κύβου είναι ένα λυμένο πλέον πρόβλημα και η μόνη δυσκολία που έχει ένας νέος παίχτης είναι να απομνημονεύσει τα απαραίτητα βήματα και τους αλγόριθμους που θα πρέπει να εφαρμόσει. Στην απομνημόνευση μπορούν να βοηθήσουν:

Μια ιστορία που να περιγράφει την κίνηση ενός κομματιού πχ URU'R'U'F'UF απομακρύνεται-ανεβαίνει-επιστρέφει-κατεβαίνει-συνεχίζει επιστρέφει και παρκάρει

Η παρακολούθηση της κίνησης ενός συγκεκριμένου κομματιού. πχ RUR'URU2R' παρακολουθούμε την κίνηση της κάτω δεξιά γωνίας καθώς βγαίνει από τη θέση της κάνει μια βόλτα στο πάνω επίπεδο και ξαναμπαίνει στη θέση της,

Πιο χρήσιμοι στη απομνημόνευση είναι οι μέθοδοι που βασίζονται στη θεωρία ομάδων[13] και έχουν ως αποτέλεσμα τη καλύτερη κατανόηση της λειτουργίας του κύβου όπως αυτοί που αναφέρονται παρακάτω

Κατανοούμε και χρησιμοποιούμε τις αντίστροφες ακολουθίες κινήσεων

Η αντίστροφη ακολουθία X' μιας ακολουθίας X αναιρεί τις επιπτώσεις της X στο κύβο, δηλαδή τον επαναφέρει στη μορφή που είχε πριν την εκτέλεση της ακολουθίας X

Για να βρούμε την αντίστροφη ακολουθία μιας ακολουθίας κινήσεων εκτελούμε την αντίστροφη κίνηση κάθε κίνησης από την τελευταία κίνηση προς την πρώτη. Αν πχ έχουμε την αρχική ακολουθία **RU'RURURU'R'UR2** η αντίστροφη της θα είναι **R2U'RUR'U'R'U'R'UR'**. Η κατανόηση των αντίστροφων ακολουθιών είναι σημαντική, γιατί αυξάνει τον αριθμό των αλγορίθμων που μπορούμε να απομνημονεύσουμε. Έτσι αν η πρώτη ακολουθία κινεί σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού τρεις ακμές γνωρίζουμε αμέσως ότι η αντίστροφη ακολουθία θα πρέπει να κινεί αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού τις ίδιες τρεις ακμές

Δημιουργία νέων αλγορίθμων από ήδη γνωστούς.(Συζυγείς-Conjugates)

Έστω X και Y είναι δύο ακολουθίες κινήσεων. Συχνά συναντάμε αλγόριθμους της μορφής XYX' . Η ιδέα πίσω από τέτοιες μορφές αλγορίθμων είναι η εξής. Η ακολουθία Y είναι ένας γνωστός αλγόριθμος ο οποίος εκτελεί μια συγκεκριμένη εργασία. πχ $Y=U'LUR'U'L'UR$ αλλάζει θέσεις σε 3 γωνίες της πάνω πλευράς (τις 2 μπροστά και τη πίσω δεξιά). Αν για κάποιο λόγο θέλουμε να αλλάξουμε θέση σε 3 άλλες γωνίες (πχ τις 2 μπροστά και τη κάτω δεξιά) τότε πριν την εκτέλεση της Y θέτουμε την κάτω δεξιά γωνία στη θέση της πάνω δεξιάς περιστρέφοντας τη πίσω πλευρά του κύβου (δηλ $X=B$) εκτελούμε την Y και μετά επαναφέρουμε τη τρίτη γωνία στη θέση της κάτω δεξιά με B' (δηλαδή $X'=B'$). Ολόκληρος ο αλγόριθμος γίνεται πλέον $B U'LUR'U'L'UR B'$

Αναγνώριση Μεταθετών (Commutators)

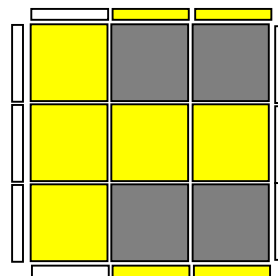
Συχνά εμφανίζονται αλγόριθμοι που έχουν τη μορφή $XYX'Y'$ πχ ο γνωστός αλγόριθμος $A=U'LUR'U'L'UR$ που αναφέραμε και παραπάνω για την μετακίνηση 3 γωνιών. Αν $X=U'LU$ και $Y=R'$ τότε βλέπουμε ότι $A=XYX'Y'$ οπότε αντί να χρειάζεσαι να απομνημονεύσουμε μια ακολουθία 8 κινήσεων απομνημονεύουμε δύο αλγόριθμους, τους X και Y , 3 και 1 κίνησης αντίστοιχα και το ότι πρόκειται για μεταθέτες

Επαναχρησιμοποίηση αλγορίθμων

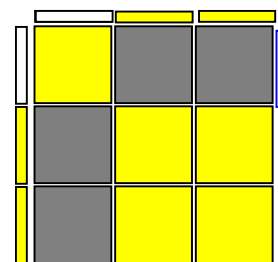
Δοκιμάζουμε αλγορίθμους που ήδη γνωρίζουμε είτε αυτούσιους είτε με μικρές αλλαγές σε άλλες περιπτώσεις από αυτές που κανονικά θα έπρεπε να τους χρησιμοποιήσουμε και βλέπουμε τις αλλαγές που επιφέρουν στο κύβο.

Ας δούμε ένα παράδειγμα.

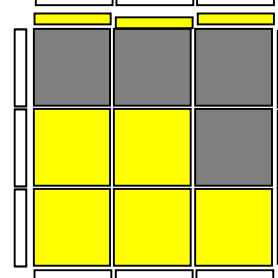
Γνωρίζουμε τον αλγόριθμο $A = L'U'L F U' F L'UL$ ο οποίος αντιμετωπίζει τις δύο μπροστινές γωνίες του κύβου χωρίς να διατηρεί τον προσανατολισμό του 3^{ου} επιπέδου. Αν εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο σε λυμένο κύβο βλέπουμε ότι το 3^ο επίπεδο παίρνει τη μορφή που βλέπουμε δίπλα. Άρα ο αντίστροφος του, $A' = L'U'L F U F L'UL$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προσανατολισμό του 3^{ου} επιπέδου (1 Look OLL) όταν ο κύβος μας έχει τη διπλανή μορφή



Αν δοκιμάσουμε τον A' στον λυμένο κύβο προκύπτει η διπλανή μορφή άρα γνωρίζουμε ότι εφαρμόζοντας τον A προσανατολίζουμε το 3^ο επίπεδο



Τροποποιώντας ελάχιστα τον αλγόριθμο A δημιουργούμε τον $A_2 = L'U'L F U^2 F L'UL$. Αν δοκιμάσουμε τον A_2 στον λυμένο κύβο προκύπτει η διπλανή μορφή άρα γνωρίζουμε ότι εφαρμόζοντας τον A_2' (τυχαίνει μάλιστα $A_2 = A_2'$) προσανατολίζουμε το 3^ο επίπεδο.



Με έναν ουσιαστικά αλγόριθμο κάνουμε 4 διαφορετικές εργασίες.

Τέλος, η συνεχής εξάσκηση και η εκτέλεση των αλγορίθμων με τον ίδιο τρόπο (πχ πάντα χρήση του δείκτη για περιστροφή U ή U' του πάνω επιπέδου) έχει ως αποτέλεσμα «τα δάκτυλα μας να θυμούνται» μηχανικά τις κινήσεις (muscle memory).

Καλή διασκέδαση!



Αυτό το εργασία χορηγείται με άδεια [Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση 4.0 Διεθνές](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Η αναφορά σε αυτό θα πρέπει να γίνεται ως εξής: Αλγόριθμοι Επίλυσης του κύβου 3X3X3 - Σκαπινάκης Πολύκαρπος, Σύλλογος Εκπαιδευτικών Πληροφορικής Χίου, 2014

Με χρήσιμα σχόλια και διορθώσεις συνεισέφεραν οι Βασίλης Βασιλάκης και Γιώργος Μπουκέας. Οι φωτογραφίες είναι του Σταμάτη Ηλιαδάκη.

ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. <http://eu.rubiks.com/>
Rubik's cube Solving guide
2. <https://www.v-cubes.com/>
Η ιστοσελίδα του v-cube με πάρα πολλές πληροφορίες.
3. <http://www.cube20.org/>
God's Number is 20
4. <http://www.youcandothecube.com/cube-mosaics/>
<http://mosaic.twisttheweb.com/>
Οδηγίες και εργαλεία για τη δημιουργία μωσαϊκών με χρήση μεγάλου αριθμού κύβων.
5. <http://badmephisto.com>
Οδηγίες και βίντεο για την επίλυση κύβων όλων των μεγεθών.
6. <http://www.speedsolving.com/>
Τα πάντα για προχωρημένους αλλά και αρχάριους παίχτες.
7. <http://www.cubewhiz.com>
Πολύ ωραία οργανωμένη σελίδα με λύσεις κύβων διαφόρων μεγεθών.
8. <http://rishidoshi.blogspot.gr/>
Η μέθοδος του RiDo Hunting Story για την επίλυση των δύο πρώτων επιπέδων του κύβου
9. <http://cubefreak.weebly.com/>
Πληροφορίες επίλυσης, κυρίως 2-Look OLL
10. <http://lar5.com/cube/index.html>
Μέθοδος επίλυσης - Lars Petrus
11. <http://www.ws.binghamton.edu/fridrich/system.html>
Μέθοδος Fridich
12. http://en.wikipedia.org/wiki/Fridrich_Method
Μέθοδος Fridich
13. <http://astro.berkeley.edu/~converse/rubiks.php>
Προχωρημένα θέματα
14. <http://ludusmentis.blogspot.gr/2012/04/rubik-3x3.html>
Οδηγίες επίλυσης του κύβου στα ελληνικά.
15. [http://www.wikihow.com/Solve-a-Rubik%27s-Cube-\(Easy-Move-Notation\)](http://www.wikihow.com/Solve-a-Rubik%27s-Cube-(Easy-Move-Notation))
Μέθοδος με τοποθέτηση πρώτα των γωνιών του τελευταίου επιπέδου.
16. <http://helm.lu/cube/MarshallPhilipp/>
<http://twistypuzzling.blogspot.gr/>
The Ultimate Solution- Λύση με απαραίτητους μόνο δύο αλγόριθμους!
17. http://en.wikibooks.org/wiki/How_to_Solve_the_Rubik's_Cube
http://en.wikipedia.org/wiki/Rubik's_Cube
Πολλές πληροφορίες και λύσεις γι το κύβο
18. http://www.sciencebuddies.org/science-fair-projects/project_ideas/Math_p025.shtml
Devising an Algorithm for Solving Rubik's Cube
<http://illuminate.usc.edu/primer/113/a-simple-complexity/>
A Simple Complexity
Δημιουργείτε τη δική σας μέθοδο επίλυσης χρησιμοποιώντας μόνο τρεις εύκολους αλγόριθμους
19. <http://www.motus-software.com/rubix.htm>
Οι 3D εικόνες του κύβου δημιουργήθηκαν με την εφαρμογή Rubix.
(Προσομοιωτής κύβων διαφόρων μεγεθών.)